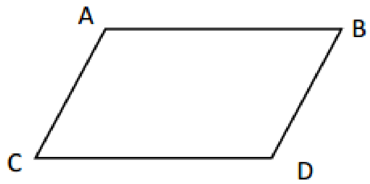
GEOMETRIE ANALYTIQUE

Somme de deux vecteurs de même origine ! ...

Activité 1 :

A, B, C sont trois points non alignés du plan. D tel que $ABDC$ soit un parallélogramme.

1. Parallélogramme $ABDC$

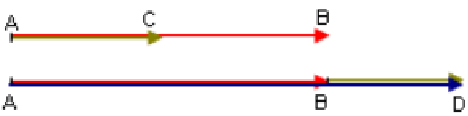


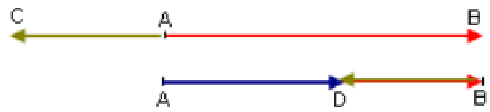
2. $\vec{C}$ est $\overrightarrow{BD}$.
3.
4. $\overrightarrow{AD}$ est le vecteur défini par la diagonale du parallélogramme $ABDC, \overrightarrow{R\,S} = \overrightarrow{A\,C}$
5. Pour construire la somme de deux vecteurs non colinéaires de même origine $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$, on construit le parallélogramme ABDC. La somme de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ est le vecteur défini par la diagonale $\overrightarrow{AD}$.

Activité 2 : Somme de deux vecteurs colinéaires

Soient 3 points alignés A, B, C du plan. On construit le point D tel que $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AC}$

En appliquant la relation de Chasles, on obtient : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD}$





Construction du vecteur somme de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ si $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont de même sens

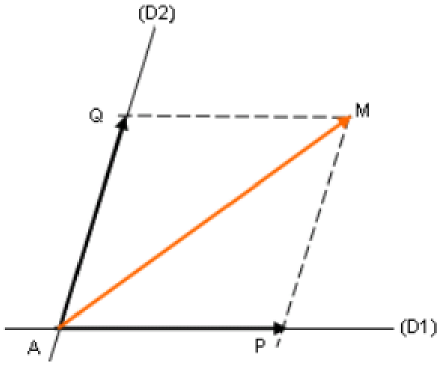
Construction du vecteur somme de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ si $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont de sens contraires

N.B. : Plus généralement, pour construire la somme de deux vecteurs, quelconques, on remplace le second vecteur par un vecteur qui lui est égal et dont l'origine est celui du premier vecteur.

Décomposition d’un vecteur en somme de deux vecteurs de directions données

Actiité 3 : Décomposition suivant deux droites passant par l’origine du vecteur

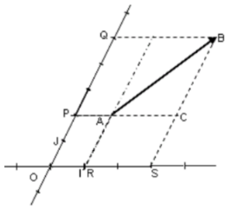
Voici la figure représentant les droites (D_1) et (D_2) concourantes en A, le point M et les points P et Q projetés de M sur (D_1) et (D_2).



1) $APMQ$ est un parallélogramme.
2) $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AQ}$

Coordonnées d’un vecteur dans un repère (O, I, J)

Activité 4 : Décomposition d’un vecteur suivant les axes d’un repère (O, I, J) et coordonnées d’un vecteur.



Le plan est muni d’un repère (O, I, J).Place les points A et B du plan, de coordonnées respectives $A(1\ ;\ 2)$ et $B(3\ ;\ 5)$.

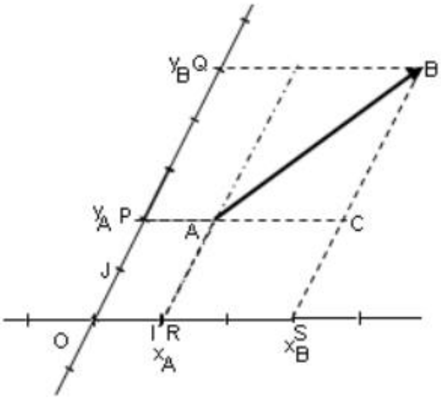
1. Tous les vecteurs égaux sur cette figure sont :

$\overrightarrow{OI} = \overrightarrow{OR} = \overrightarrow{PA}$; $\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{RA} = \overrightarrow{SC}$; $\overrightarrow{OS} = \overrightarrow{PC} = \overrightarrow{QB}$; $\overrightarrow{OQ} = \overrightarrow{SB}$; $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{CB}$; $\overrightarrow{RS} = \overrightarrow{AC}$

2. On en déduit que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{RS} + \overrightarrow{PQ}$
3. Les vecteurs $\overrightarrow{RS}$ et $\overrightarrow{OI}$ sont colinéaires, de même sens et on a : $\overrightarrow{RS} = 2\,\overrightarrow{OI}$.
4. Les vecteurs $\overrightarrow{PQ}$ et $\overrightarrow{OJ}$ sont colinéaires de même sens et on a :
   $\overrightarrow{PQ} = 3.\overrightarrow{OJ}$
5. $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{OI} + 3\overrightarrow{OJ}$
6. $\overrightarrow{AB}$ est de coordonnées $(2\ ;3)$ dans le repère (O, I, J)

Activité 5 :

En reprenant l'activité 4 avec $A(xA\ ; yA)$ et $B(xB\ ; yB)$, les résultats jusqu'à la question 6 restent inchangés.



1. L'expression de $\overrightarrow{RS}$ en fonction de $\overrightarrow{OI}$ devient $\overrightarrow{RS} = (xB - xA).\overrightarrow{OI}$
2. L'expression de $\overrightarrow{PQ}$ en fonction de $\overrightarrow{OJ}$ devient $\overrightarrow{PQ} = (yB - yA).\overrightarrow{OJ}$

En conclusion :

Si $A\ (\ xA\ ;\ yA\ )$ et $B\ (\ xB\ ;\ yB\ )$ dans un repère (O, I, J) alors $\overrightarrow{AB}(\ xB - xA\ ;\ yB - yA\ )$ dans ce repère.