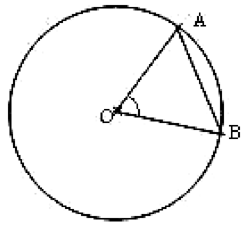
ANGLES INSCRITS DANS UN CERCLE

A. ANGLE AU CENTRE ET ANGLE INSCRIT

Activité 1 :



- Un angle au centre est un angle dont le sommet est le centre du cercle
- L’arc intercepté par un angle au centre est la partie du cercle faisant face à l’angle au centre et limitée par les intersections A et B de ses côtés avec le cercle.
- L’arc non intercepté par un angle au centre est la partie du cercle autre que l’arc intercepté par cet angle.

Voyons si tu as bien compris

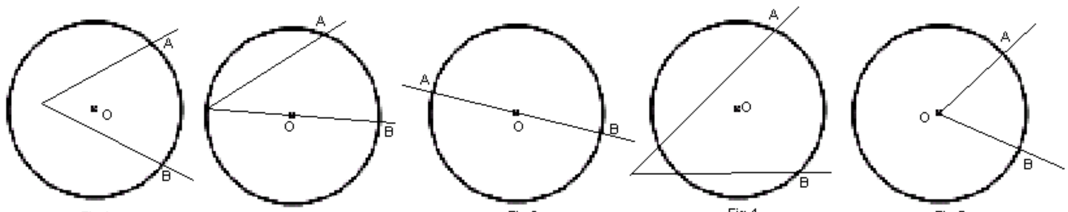


Fig.1 Fig.2 Fig.3 Fig.4 Fig.5

Les figures qui représentent des angles au centre sont les figures 3 et 5

Activité 2 :

1)

- Un angle inscrit est un angle défini par deux cordes issues d’un même point du cercle.
- L’arc intercepté par un angle inscrit est la partie du cercle faisant face à l’angle et limitée par les intersections A et B de ses côtés avec le cercle.
- L’angle au centre associé à un angle inscrit est l’angle au centre qui intercepte le même arc que l’angle inscrit.

2) Testes tes acquis:

Indique les figures qui représentent des angles inscrits et construis les angles au centre associés

Les figures qui représentent des angles inscrits sont les figures 3, 4 et 6. Les angles au centre associés sont les angles AOB de ces figures

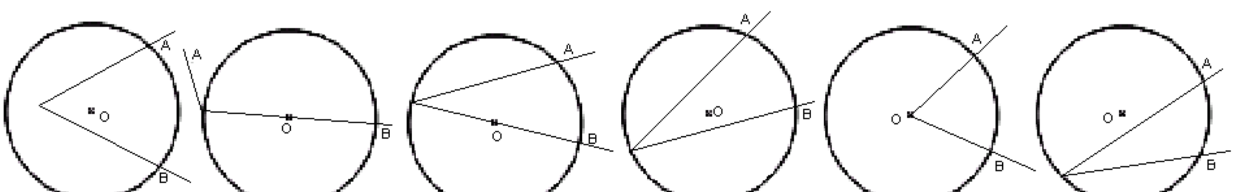
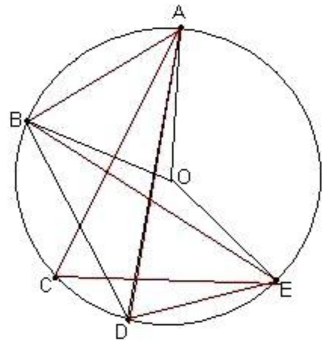


Fig.1 Fig.2 Fig.3 Fig.4 Fig.5 Fig.6

Activité 3: Trace un grand cercle (C) de centre O. Place cinq points A, B, C, D, E sur ce cercle



1. a) L'angle au centre associé à $\widehat{ABC}$ est l'angle $\widehat{AOC}$?

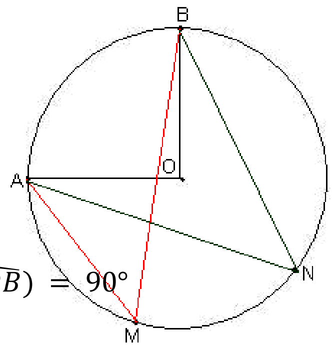
   b) L'angle au centre associé à $\widehat{ADB}$ est l'angle $\widehat{AOB}$?

2. a) Les angles inscrits associés à l'angle au centre $\widehat{AOE}$ sont $\widehat{ABE}, \widehat{ACE}, \widehat{ADE}$.

   b) Ces angles au centre ont les mêmes mesures.

B. PROPRIETES DES ANGLES INSCRITS

Activité 4 : Trace un cercle (C) de centre O. Pour chacune des mesures données :

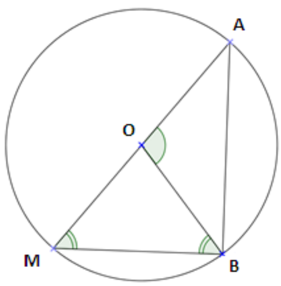


a) $mes(\widehat{AOB}) = 60°$; b) $mes(\widehat{AOB}) = 90°$; c) $mes(\widehat{AOB}) = 140°$

1. La figure ci-contre montre la construction pour le cas où $mes(\widehat{AOB}) = 90°$
2. La figure ci-contre montre la construction les angles inscrits pour le cas où $mes(\widehat{AOB}) = 90°$
3. $mes(\widehat{AMB}) = mes(\widehat{ANB}) = 45°$.

Activité 5 :

I. Considérons d'abord le cas où les points A, O, M sont alignés.



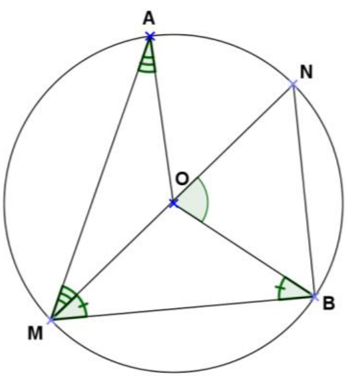
1. $mes(\widehat{AOB}) + mes(\widehat{BOM}) = 180°$.
2. $mes(\widehat{BMO}) + mes(\widehat{MBO}) + mes(\widehat{BOM}) = 180°$(somme des angles d'un triangle)
3. $mes(\widehat{BMO}) = mes(\widehat{MBO})$ car $\widehat{BMO}$ est un triangle isocèle de sommet O.
4. $mes(\widehat{BMO}) + mes(\widehat{MBO}) = 2.mes(\widehat{BMO})$.

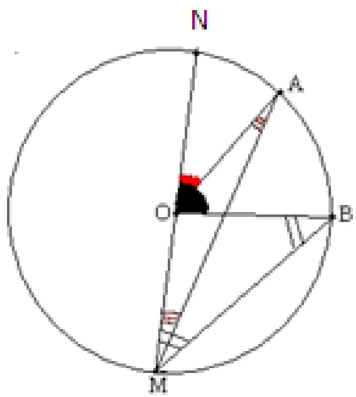
De 1. et 2., on déduit que $mes(\widehat{AOB}) = 2.mes(\widehat{BMO})$ puisque

$$mes\ (\widehat{BMA}) = mes(\widehat{BMO}) = \frac{1}{2} mes(\widehat{BOA})$$

II. La deuxième figure ci-contre représente le cas où O est à l'intérieur de l'angle inscrit $\widehat{AMB}$ En appliquant le résultat de I. 5. aux angles inscrits $\widehat{NMB}$ et $\widehat{NMA}$, on obtient :

La troisième figure est le cas où le point O est extérieur à l'angle inscrit $\widehat{AMB}$.



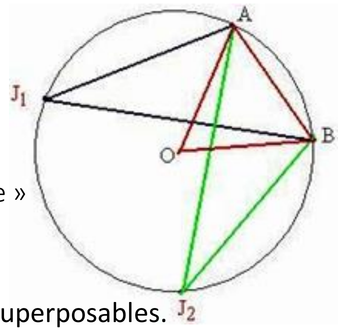


En appliquant le résultat de I.5. aux angles inscrits $\widehat{NMB}$ et $\widehat{NMA}$, on obtient :

$$mes(\widehat{BMA}) = mes(\widehat{BMN}) = mes(\widehat{AMN}) = \frac{1}{2}mes(\widehat{BON}) = \frac{1}{2}mes(\widehat{AON}) = \frac{1}{2}mes(\widehat{BOA})$$

Recopie et complète *: « Etant donné un cercle (C) la mesure d'un angle inscrit vaut la moitié. de la mesure de l'angle au centre associé »*

Activité 6 : Observe la situation ci-contre.

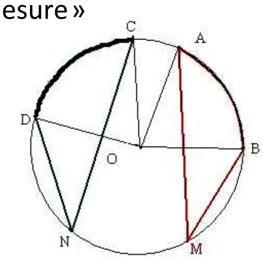


1. La situation vue de haut ressemble à la figure de droite.
2. $mes\left(\widehat{BJ_1A}\right) = mes\left(\widehat{BJ_2A}\right) = \frac{1}{2}mes(\widehat{BOA})$
3. Complète : « Deux angles inscrits interceptant le même arc ont même mesure »

Activité 7: Soit un cercle (C) de centre O.

1. Les arcs $\widehat{AB}$ et $\widehat{CD}$ ont la même longueur car les deux angles au centre sont superposables.
2. On a $mes(\widehat{AMB}) = \frac{1}{2}mes(\widehat{AOB})$; $mes\ (\widehat{CND}) = \frac{1}{2}\ mes(\widehat{COD})$.

   Mais on sait que $mes(\widehat{AOB})\ =\ mes(\widehat{COD})$ donc $mes\ (\widehat{AMB}) = mes(\widehat{CND}) = \frac{1}{2}mes(\widehat{AOB})$
3. Complète :
   a. « Deux angles inscrits associés à deux angles au centre de même mesure ont même mesure»
   b. « Deux angles inscrits interceptant deux arcs de même longueur ont même mesure »

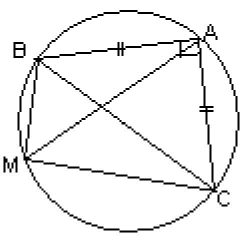


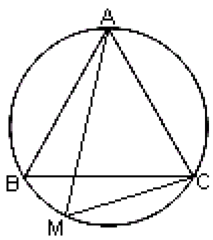
Activité 8:

$mes(\widehat{AMB})\ =\ mes(\widehat{ACB})$ car les deux angles inscrits interceptent le même arc $\widehat{AB}$, mais $mes\ \left(\widehat{ACB}\right) = 60°$ donc $mes(\widehat{AMB}) = 60°$.De même, $mes(\widehat{AMC}) = mes(\widehat{ABC}) = 60°$

$mes\left(\widehat{BMC}\right) = mes\left(\widehat{BMA}\right) + mes\left(\widehat{AMC}\right) = 60° + 60° = 120°$. On a donc $mes\left(\widehat{BMC}\right) = 120°$.

On peut donc dire que la demi-droite [MA) est la bissectrice de l'angle $\widehat{BMC}$.





Activité 9 :

Avec le même raisonnement que dans l'activité 8, on trouve :.$mes(\widehat{AMB}) = mes(\widehat{AMC}) = 45°$ et $mes(\widehat{BMC}) = 90°$.

Activité 10: *Encerclés*

Observe la figure ci-contre.

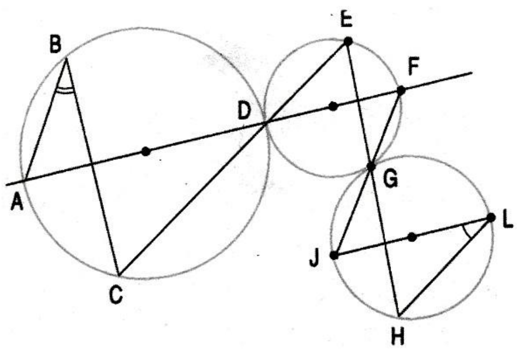
$\mathrm{mes(ABC)} = \mathrm{mes(ADC)}$ car ils interceptent le même arc $\overset{\frown}{AC}$.

$mes(\widehat{ADC}) = mes(\widehat{EDF})$ car ils sont opposés par le sommet

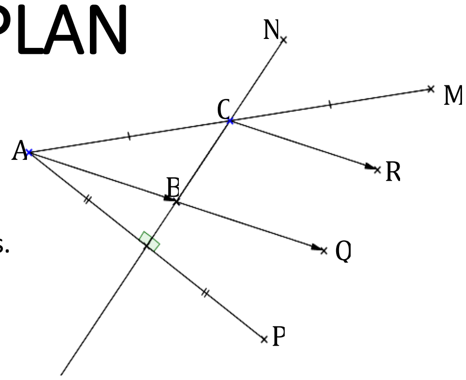
$mes(\widehat{EDF}) = mes(\widehat{EGF})$ car ils interceptent le même arc $\overset{\frown}{EF}$

$mes(\widehat{EGF}) = mes(\widehat{JGH})$ car ils sont opposés par le sommet

$mes(\widehat{JGH}) = mes(\widehat{HLJ})$ car ils interceptent le même arc $\overset{\frown}{JH}$ Par transitivités successives, on obtient $mes(\widehat{ABC}) = mes(\widehat{HLJ})$



I. APPLICATIONS DU PLAN



Activité 1 :

1) et 2) voir figure

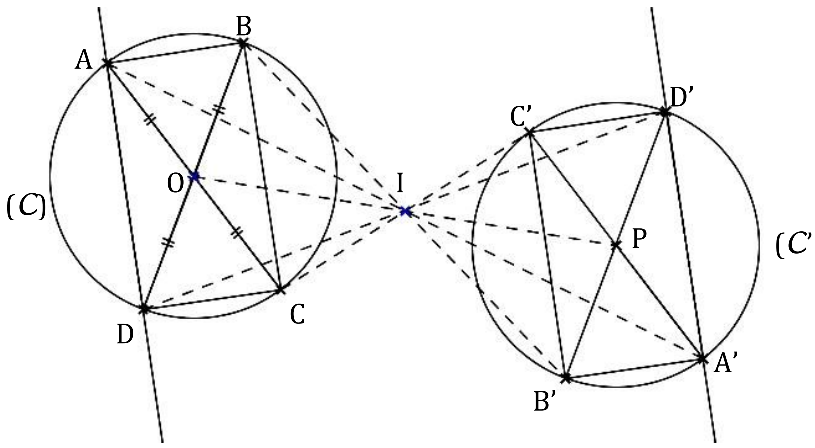
3) Les images de B et C par la symétrie d'axe (BC) sont B et C eux-mêmes.

4) l'image de A par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ $est\ B$

A. Symétrie par rapport à un point (symétrie centrale)

Activité 2 :

1), 2), 3) et 4) voir figure ci-dessous



5) Je complète le tableau de correspondance :

S_I	A	B	C	D	O	$[AB]$	(AD)	$\widehat{AOB}$	$(\widehat{C})$
	$\widehat{A}'$	$\widehat{B}'$	C'	D'	O'	$[A'B']$	$(A'D')$	$A'\widehat{O'}B'$	(C')

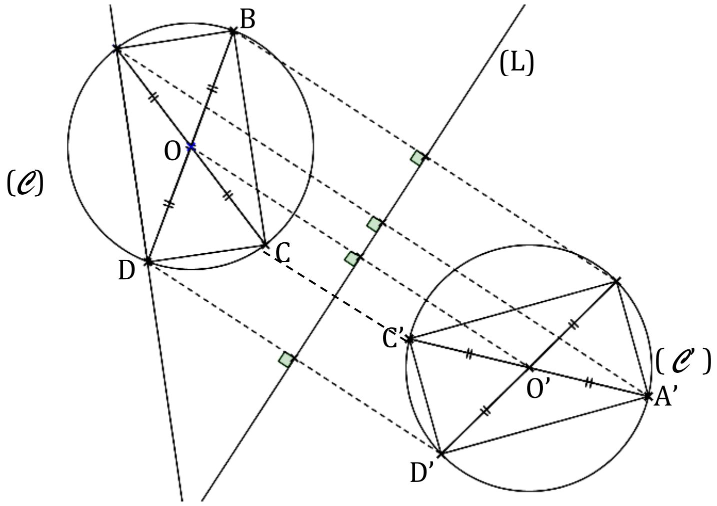
6) Je complète les phrases : Par une symétrie centrale :

- les images de points alignés sont des points alignés
- l'image d'une droite est une droite
- l'image d'un segment est un segment de même longueur
- l'image d'un angle est un angle de même mesure
- l'image d'un cercle est un cercle de même rayon
- deux droites parallèles ont pour images deux droites parallèles
- deux droites perpendiculaires ont pour images deux droites perpendiculaires

B. Symétrie par rapport à une droite (symétrie axiale)

Activité 3 :

1), 2), 3), 4) : voir figure



5) Je complète le tableau de correspondance :

$S_{(L)}$	A	B	C	D	O	$[AB]$	(AD)	$\widehat{AOB}$	(C)
	A'	B'	C'	D'	O'	$[A'B']$	$(A'D')$	$\widehat{A'O'B'}$	(C')

6) Par une symétrie axiale :

- les images de points alignés sont des points alignés
- l'image d'une droite est une droite
- l'image d'un segment est un segment de même longueur
- l'image d'un angle est un angle de même mesure
- l'image d'un cercle est un cercle de même rayon
- deux droites parallèles ont pour images deux droites parallèles
- deux droites perpendiculaires ont pour images deux droites perpendiculaires

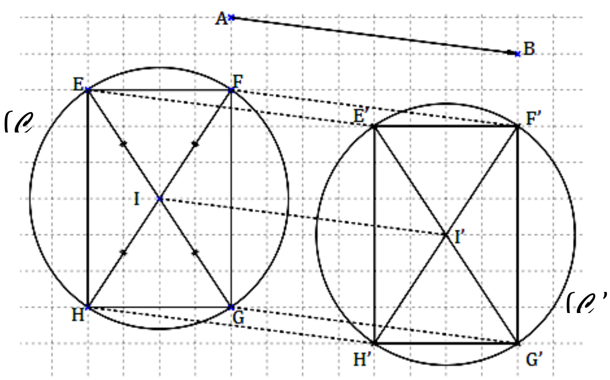
C. Translation

Activité 4 :

1) 2), 3) :voir figure

4) Je complète le tableau de correspondance :

$t_{\overrightarrow{AB}}$	E	F	G	H	I	$[EF]$	(EH)	(C)	$\widehat{IHG}$
	E'	F'	G'	H'	I'	$[E'F']$	$(E'H')$	(C')	$\widehat{I'H'G'}$



5) Par une translation :

a. les images de points alignés sont des points alignés

b. l'image d'une droite est une droite parallèle

c. l'image d'un segment est un segment de même longueur

d. l'image d'un angle est un angle de même mesure

e. l'image d'un cercle est un cercle de même rayon

f. deux droites parallèles ont pour images deux droites parallèles

g. deux droites perpendiculaires ont pour images deux droites perpendiculaires

D. *Synthèse*

Activité 5 :

Par une symétrie centrale, une symétrie axiale ou une translation :

1) les images de points alignés sont des points alignés

2) l'image d'une droite est une droite

3) l'image d'un segment est un segment de même longueur

4) l'image d'un angle est un angle de même mesure

5) l'image d'un cercle est un cercle de même rayon

6) deux droites parallèles ont pour images deux droites parallèles

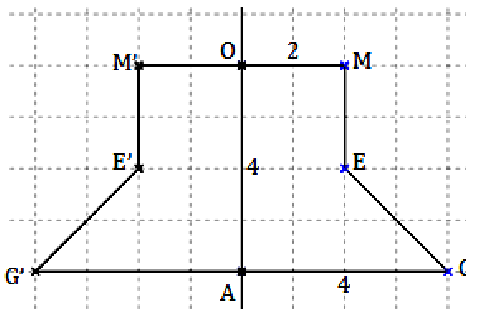
7) deux droites perpendiculaires ont pour images deux droites perpendiculaires

E. *Application*

Activité 6 :

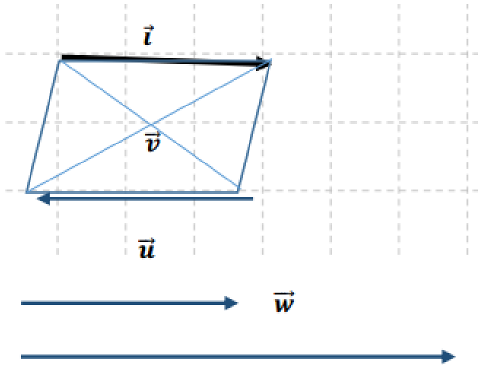
1) voir figure

2) O et A sont leurs propres images par la symétrie orthogonale d'axe (OA)



II. GEOMETRIE VECTORIELLE

Activité 1 :



Activité 2 :

1) $\overrightarrow{\boldsymbol{LM}} = \overrightarrow{LK} + \overrightarrow{KM}$
2) $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{\boldsymbol{PR}} + \overrightarrow{RQ}$
3) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}$
4) $\overrightarrow{EG} = \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FG}$

Activité 3:

1) $\vec{u} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AI} = \overrightarrow{II} = \vec{0}$
2) $\vec{v} = \overrightarrow{\mathrm{OM}} - \overrightarrow{\mathrm{ON}} = \overrightarrow{NO} + \overrightarrow{OM} = \overrightarrow{NM}$
3) $\vec{w} = \overrightarrow{GA} - 2\overrightarrow{\mathrm{GB}} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GA} - \overrightarrow{GB} - \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GA} - \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} - \overrightarrow{GB} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$
4) $\vec{m} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$

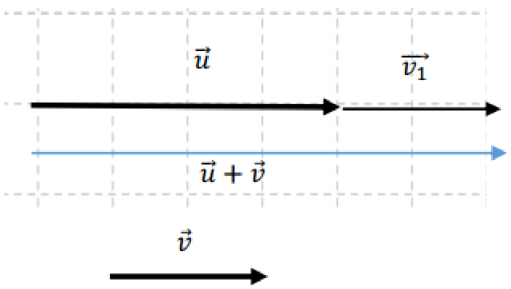
Activité 4:

A et B sont deux points du plan, par la relation de Chasles, nous avons

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AA} = \vec{0}$, d'où $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$

Activité 5: *(les deux vecteurs sont colinéaires et de même sens)*

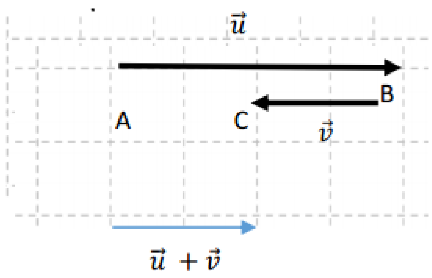
1) Reproduis sur ton cahier les deux vecteurs colinéaire $\vec{u}$ et $\vec{v}$ représentés ci-dessous



Pour la question 2) 3) et 4) voir la figure ci-dessus

5) Qu'est-ce qu'on peut dire du vecteur somme $\vec{u} + v$? (sens, direction, longueur)

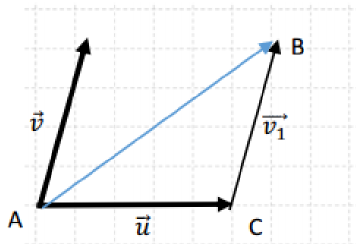
Activité 6 : *(les deux vecteurs sont colinéaires et de sens différents)*



1) $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ et $\vec{v} = \overrightarrow{BC}$
2) $\vec{u} + \vec{v} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$
3) Le vecteur $\vec{u} + \vec{v}$ est de sens de A vers B, de direction parallèle à la droite (AB), de longueur $AB - BC$
4) On trace une droite parallèle à (AB), on construis un segment de longueur $AB - BC$

Activité 7 : *(les deux vecteurs ne sont pas colinéaires)*

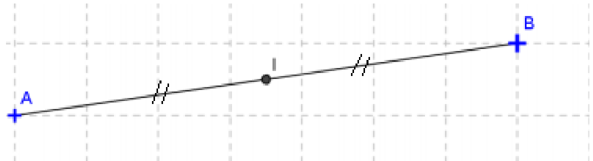
Pour les questions 1) 2) et 3) voir la figure ci-dessous



1) Le vecteur $\vec{u} + \vec{v}$ est de sens de A vers B, de direction parallèle à la droite (AB), de longueur AB.
2) Etant donné les deux vecteurs $\vec{u} + \vec{v}$, construis le point B par la règle de parallélogramme.

Activité 8:

1) Le point I est le milieu du segment $[AB]$

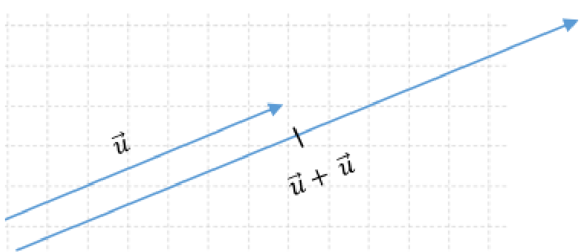


2) $\vec{u} = \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} = (\overrightarrow{GI} + \overrightarrow{IA}) + (\overrightarrow{GI} + \overrightarrow{IB}) = 2\overrightarrow{GI}$

Multiplication d'un vecteur par un nombre réel

Activité 1 :

Pour les questions 1) et 2)



3) On additionne les deux vecteurs de même direction et de sens alors le vecteur $2\vec{u}$ a la même direction et sens que $\vec{u}$ et de longueur deux fois la longueur de $\vec{u}$.

Activité 2 :

Les vecteurs $\vec{u}$, $\overrightarrow{m}$, $\vec{n}$, $\vec{p}$, $\vec{q}$ et $\vec{w}$ sont parallèles avec

1) $\|\|\|\vec{w}\| = 2\|\vec{u}\ \|,$
2) $\|\|\|m\| = 3\overrightarrow{\|u\|}\ ,\|$
3) $\|\|\|\vec{n}\| = \frac{1}{2}\ \|\vec{u}\|,$
4) $\|\vec{p}\| = \frac{5}{2}\ \|\vec{w}\|,$
5) $\|\|\|\vec{q}\| = \frac{1}{6}\|\vec{m}\|$

Activité 3 :

L'objectif est de construire un parallélogramme$ABCD$.

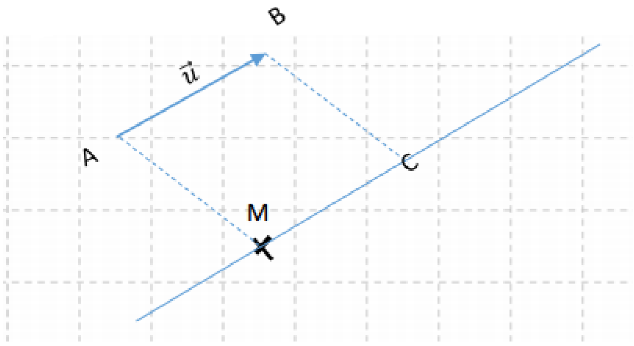
Activité 4 :

1) Le point I est le milieu du segment $[AB]$ c'est à dire $\overrightarrow{IB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ et comme $ABCD$ est un parallélogramme donc $\overrightarrow{AB}$, on déduit alors que $\overrightarrow{IB}$.
2) $ABCD$ est un parallélogramme, le point I appartient au segment $[AB]$ donc $\overrightarrow{IB}$et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.

Vecteurs directeurs d'une droite

Activité 1 :

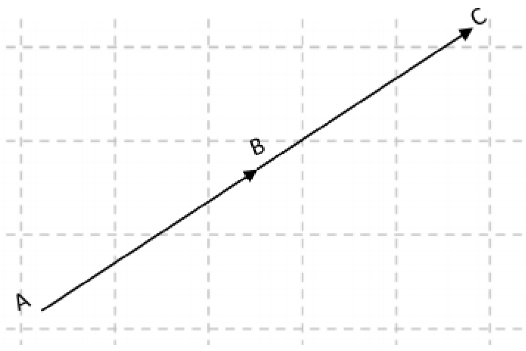
1)



2) La droite (D) est parallèle à la direction du vecteur $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$, on construit le point C tel que $ABMC$ est un parallélogramme.

Activité 2 :

1)

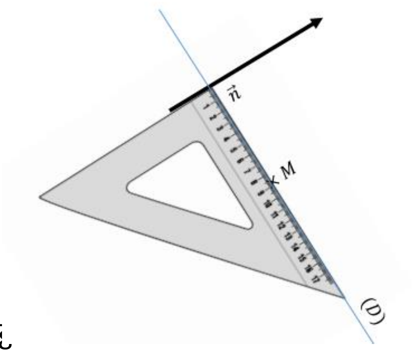


2) Les trois points A, B et C sont alignés.

3) Si A, B et C sont alignés alors ils appartiennent à une même droite (D), d'où $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont colinéaires

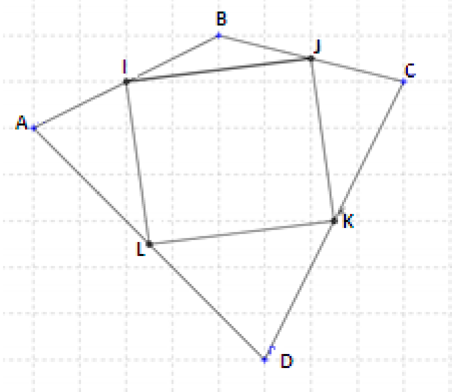
Vecteur normal d'une droite

Activité 1 :



Activité 2

1)



2) Par le théorème de Thalès appliqué au triangle ABC, nous avons

$\frac{BI}{BA} = \frac{BJ}{BC} = \frac{1}{2}$, donc $(IJ)//(AC)$.

De même pour le triangle DAC,$\frac{DL}{DA} = \frac{DK}{DC} = \frac{1}{2}$, donc $(LK)//(AC)$

ce qui entraine $(IJ)//(LK)$.

On applique le même raisonnement aux triangles ABD et CBD, et on obtient

$(IL)//(JK)$.

3) On déduit facilement que IJKL est un parallélogramme.

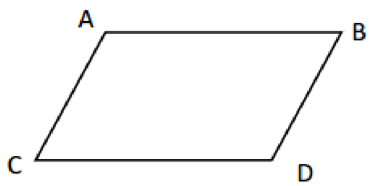
III. GEOMETRIE ANALYTIQUE

Somme de deux vecteurs de même origine ! ...

Activité 1 :

A, B, C sont trois points non alignés du plan. D tel que $ABDC$ soit un parallélogramme.

1. Parallélogramme $ABDC$

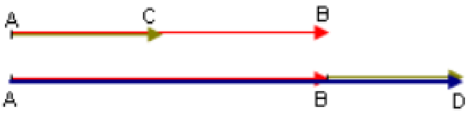


2. $\vec{C}$ est $\overrightarrow{BD}$.
3.
4. $\overrightarrow{AD}$ est le vecteur défini par la diagonale du parallélogramme $ABDC$,$\overrightarrow{RS} = \overrightarrow{AC}$
5. Pour construire la somme de deux vecteurs non colinéaires de même origine $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$, on construit le parallélogramme ABDC. La somme de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ est le vecteur défini par la diagonale $\overrightarrow{AD}$.

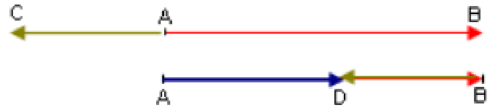
Activité 2 : Somme de deux vecteurs colinéaires

Soient 3 points alignés A, B, C du plan. On construit le point D tel que $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AC}$

En appliquant la relation de Chasles, on obtient : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD}$



Construction du vecteur somme de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ si $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont de même sens



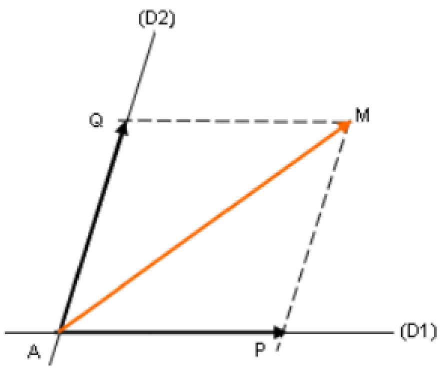
Construction du vecteur somme de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ si $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont de sens contraires

N.B. : Plus généralement, pour construire la somme de deux vecteurs, quelconques, on remplace le second vecteur par un vecteur qui lui est égal et dont l'origine est celui du premier vecteur.

Décomposition d'un vecteur en somme de deux vecteurs de directions données

Actiité 3 : Décomposition suivant deux droites passant par l'origine du vecteur

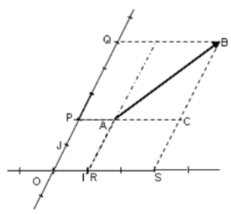
Voici la figure représentant les droites (D_1) et (D_2) concourantes en A, le point M et les points P et Q projetés de M sur (D_1) et (D_2).



1) $APMQ$ est un parallélogramme.
2) $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AQ}$

Coordonnées d'un vecteur dans un repère (O, I, J)

Activité 4 : Décomposition d'un vecteur suivant les axes d'un repère (O, I, J) et coordonnées d'un vecteur.



Le plan est muni d'un repère (O, I, J).Place les points A et B du plan, de coordonnées respectives $A(1\ ;\ 2)$ et $B(3\ ;\ 5)$.

1. Tous les vecteurs égaux sur cette figure sont :

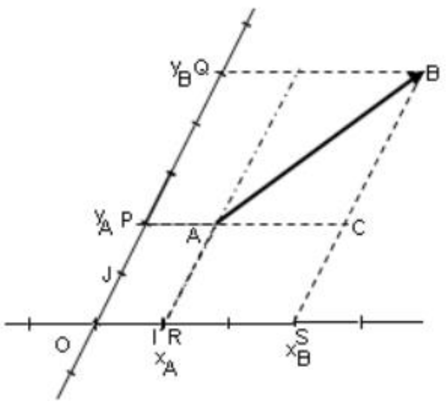
$\overrightarrow{OI} = \overrightarrow{OR} = \overrightarrow{PA}$; $\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{RA} = \overrightarrow{SC}$; $\overrightarrow{OS} = \overrightarrow{PC} = \overrightarrow{QB}$; $\overrightarrow{OQ} = \overrightarrow{SB}$; $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{CB}$; $\overrightarrow{RS} = \overrightarrow{AC}$

2. On en déduit que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{RS} + \overrightarrow{PQ}$
3. Les vecteurs $\overrightarrow{RS}$ et $\overrightarrow{OI}$ sont colinéaires, de même sens et on a : $\overrightarrow{RS} = 2\,\overrightarrow{OI}$.
4. Les vecteurs $\overrightarrow{PQ}$ et $\overrightarrow{OJ}$ sont colinéaires de même sens et on a :

   $\overrightarrow{PQ} = 3.\overrightarrow{OJ}$
5. $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{OI} + 3\overrightarrow{OJ}$
6. $\overrightarrow{AB}$ est de coordonnées $(2\,;3)$ dans le repère (O, I, J)

Activité 5 :

En reprenant l'activité 4 avec $A(xA\,;yA)$ et $B(xB\,;yB)$, les résultats jusqu'à la question 6 restent inchangés.



1. L'expression de $\overrightarrow{RS}$ en fonction de $\overrightarrow{OI}$ devient $\overrightarrow{RS} = (xB - xA).\overrightarrow{OI}$
2. L'expression de $\overrightarrow{PQ}$ en fonction de $\overrightarrow{OJ}$ devient $\overrightarrow{PQ} = (yB - yA).\overrightarrow{OJ}$

En conclusion :

Si $A\ (xA\ ;\ yA)$ et $B\ (xB\ ;\ yB)$ dans un repère (O, I, J) alors $\overrightarrow{AB}(\,xB - xA\ ;\ yB - yA\,)$ dans ce repère.

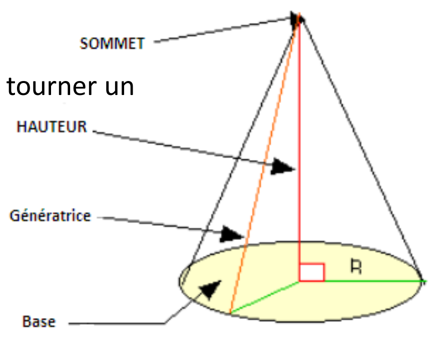
IV. CÔNE DE REVOLUTION

Un cône de révolution, c'est quoi ?...

Activité 1

Définition : Un cône de révolution c'est le solide obtenu en faisant tourner un triangle rectangle autour de l'un des côtés de l'angle droit.

Ainsi, un cône de révolution comporte :



Cône de révolution

- une base (qui est un **disque** de rayon **R**)
- un sommet situé sur l'**axe** de **la base**
- une surface latérale

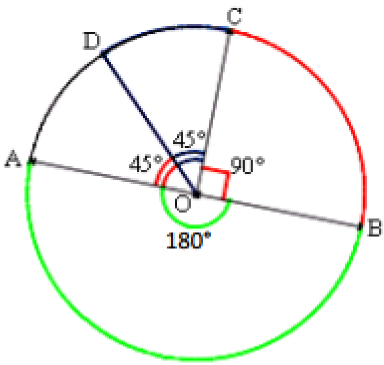
La distance entre la base et le sommet est **la hauteur** du cône.

L'hypoténuse du triangle rectangle qui engendre le cône est sa **génératrice**. Sa longueur est appelée « apothème » du cône.

L'apothème est égal à la distance du sommet à chaque point du cercle de base.

Patron d'un cône

Activité 2



La figure ci-contre montre un cercle de centre O et de rayon R, et des angles au centre de mesures 45°, 90°, 180°.

1. L'angle formé par un tour complet du cercle est 360 °.

La longueur de l'arc formé par un tour comple est $2\pi R$

2. Complète le tableau suivant :

Angle au centre (en °)	360°	180°	90°	45°
Longueur de l'arc intercepté	$2\pi R$	πR	$\frac{\pi R}{2}$	$\frac{\pi R}{4}$

3. Le tableau est un tableau de proportionnalité car :

$$\frac{2\pi R}{360} = \frac{\pi R}{180} = \frac{\frac{\pi R}{2}}{90} = \frac{\frac{\pi R}{4}}{45}$$

Le coefficient de proportionnalité est la valeur commune du rapport : $k = \frac{\pi R}{180}$

4. La longueur L de l'arc intercepté par un angle de mesure α (en °) est :

Recopie et complète : $L = \frac{\pi R}{180} \times \alpha = 2\pi R \times \frac{\alpha}{360} = P \times \frac{\alpha}{360}$

La longueur de l'arc intecepté par un un angle au centre de mesure ⍰ (exprimée en °) est donnée par la formule :

$$\boxed{L = \pi R \times \frac{\alpha}{180} = 2\pi R \times \frac{\alpha}{360} = P \times \frac{\alpha}{360}}$$

où P est le périmètre de ce cercle.

5. Observe maintenant l'aire du disque limité par chaque angle au centre et complète le tableau :

Angle au centre (en °)	360°	180°	90°	45°
Aire du secteur limité	πR^2	$\frac{\pi R^2}{2}$	$\frac{\pi R^2}{4}$	$\frac{\pi R^2}{8}$

6. Le tableau est un tableau de proportionnalité car :

$$\frac{\pi R^2}{360} = \frac{\frac{\pi R^2}{2}}{180} = \frac{\frac{\pi R^2}{4}}{90} = \frac{\frac{\pi R^2}{8}}{45}$$

Le coefficient de proportionnalité est la valeur commune du rapport $k' = \frac{\pi R^2}{360}$

7. L'aire du secteur du disque limité par un angle au centre de mesure α est

$$A = k' \times \alpha = \frac{\pi R^2}{360} \times \alpha$$

Recopie et complète :

L'aire du secteur du disque limité par un un angle au centre de mesure α (exprimée en °)

est donnée par la formule :

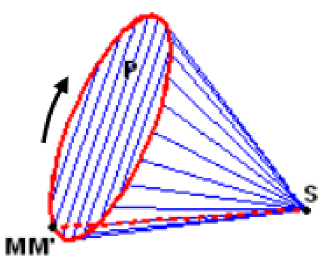
où S est l'aire totale du disque

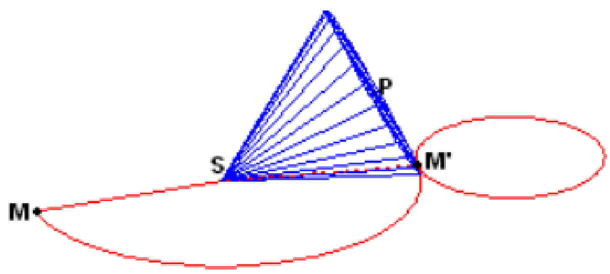
$$\boxed{A = \pi R^2 \times \frac{\alpha}{360} = S \times \frac{\alpha}{360}}$$

Je découvre une relation essentielle dans le cône

Activité 3:

1.





On obtient deux éléments : la partie d'un disque de rayon égal à la génératrice du cône et un disque complet constituant la base du cône. (voir figure ci-dessous)

2. Recopie et complète :

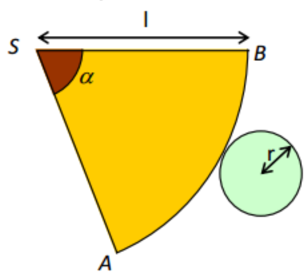
Pour que les deux parties du patron se recollent parfaitement ensemble, il faut que la longueur

$\overset{\frown}{AB}$

L de l'arc soit égale au périmètre P du cercle de base.

on a $L = 2\pi l \times \frac{\alpha}{360}$ et $P = 2\pi \times r$

$L = P$, donc $2\pi l \times \frac{\alpha}{360} = 2\pi \times r$ d'où : $l \times \frac{\alpha}{360} = r$ et $\frac{r}{l} = \frac{\alpha}{360}$



Le quotient du rayon de base d'un cône par son apothème est égal au quotient par de la mesure en degrés de l'angle du développement de sa face latérale.

J'utilise la relation essentielle

3. Retrouve la formule pour calculer l'aire totale en fonction de r et l d'un cône.

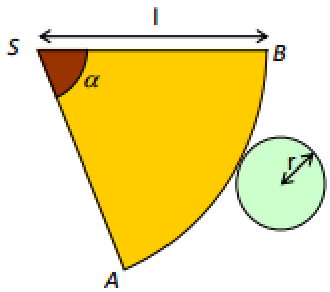
L'aire latérale est $A = \pi l^2 \times \frac{\alpha}{360}$, mais $\alpha = \frac{360 \times r}{l}$, donc $A = \pi l^2 \times \frac{\frac{360 \times r}{l}}{360} = \pi l^2 \times \frac{r}{l} = \pi l r$ et

L'aire de la base est $S = \pi r^2$. Donc l'aire totale d'un cône est : $\boxed{A_{totale} = \pi l r + \pi r^2 = \pi r(l + r)}$

Je contrôle mes acquis !

Activité 4 :

Pour calculer la grandeur manquante parmi l, r et α en fonction des deux autres, on utilise la relation.



r α

1. Pour l = 6 cm et α = 40° on a : $r = \frac{l \times \alpha}{360} = \frac{6 \times 40}{360} = \frac{2}{3}$ cm
2. Pour l = 18cm et r = 3cm, on a : $\alpha = \frac{360 \times r}{l} = \frac{360 \times 3}{18} = 60°$
3. Pour α = 60° et r = 2 cm, on a : $l = \frac{360 \times r}{\alpha} = \frac{360 \times 2}{60} = 12$ cm
4. Pour l = 2r = 10cm, on a : $\alpha = \frac{360 \times r}{l} = \frac{360 \times r}{2r} = \frac{360}{2} = 180°$

Pour calculer l'aire totale du cône, on utilise la formule : $A_{totale} = \pi r(l + r)$ et on trouve pour chaque cas :

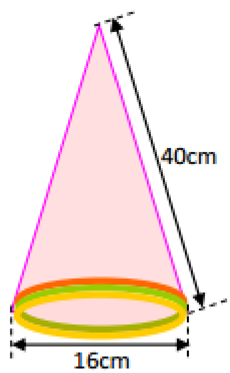
1. $A_{totale} = 13{,}96 cm^2$; 2. $A_{totale} = 197{,}82 cm^2$; 3. $A_{totale} = 87{,}92 cm^2$; 4. $A_{totale} = 235{,}50 cm^2$

Activité 5 :

1. Ici, on a : r = 8cm et l = 40cm, donc : $\alpha = \frac{360 \times r}{l} = \frac{360 \times 8}{40} = 72°$.

   Le patron de son chapeau est donc un secteur circulaire de rayon 40cm et d'angle au centre 72°.
2. La longueur de bande de papier décoratif de chaque couleur à utiliser est :

   $P = \pi \times d = 3{,}14 \times 16 = 50{,}24 cm^2$.
3. L'aire latérale de son chapeau est $A = \pi l r = 3{,}14 \times 40 \times 8 = 1004{,}8 cm^2$

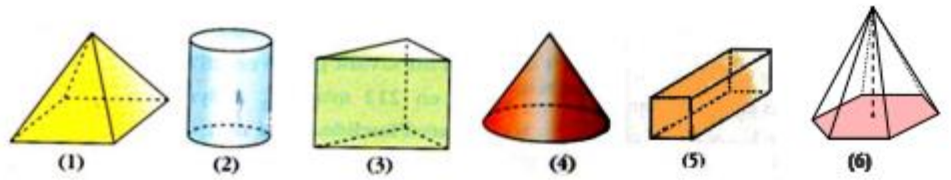


V. PYRAMIDE REGULIERE

Pour démarrer : Je vérifie mes savoirs!!!

Activité 1 :

a.



Recopie et complète les phrases suivantes :

La figure 1 représente un pyramide

La figure 2 représente un cylindre droit

La figure 3 représente un prisme droit.

La figure 4 représente un cône droit

La figure 5 représente un pavé droit

La figure 6 représente un pyramide

b. Trouve les solides dont toutes les faces sont des polygones et complète :

Les figures (1), (3), (5) et (6) sont des solides dont toutes les faces sont des polygones

La figure (1) possède 5 faces, 5 sommets, 8 arêtes

La seconde figure (3) possède 5 faces, 6 sommets, 9 arêtes

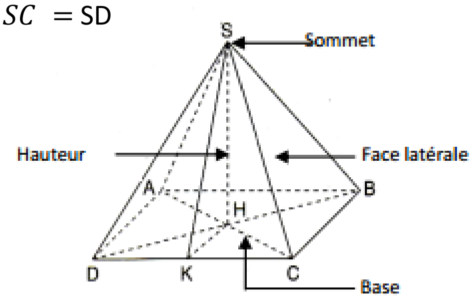
La troisième figure (5) possède 6 faces, 8 sommets, 12 arêtes

La quatrième figure (6) possède 7 faces, 7 sommets, 12 arêtes

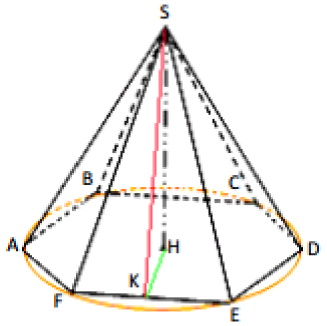
Pyramide régulière

Activité 2 : Observe bien la figure ci-contre.

1. ABCD carré de centre H et (SH) perpendiculaire au plan $(ABCD)$ donc On a : $(SH) \perp (HA)$, $(SH) \perp (HC)$, $(SH) \perp (HB)$ et $(SH) \perp (HD)$.de plus $HA = HB = HC = HD$, donc les triangles $SHA, SHB, SHC\ et\ SHD$ sont des triangles rectangles superposables. On en déduit que : $SA = SB = SC =$ SD



2. Les 4 faces latérales de la pyramide sont donc des triangles isocèles de sommet commun S. De plus leurs bases $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$, $[DA]$ sont les côtés du carré $ABCD$, $donc\ AB = BC = CD = DA$. Les faces $SAB, SBC, SCD\ et\ SDA$ sont donc superposables.Nous disons que : « Le solide SABCD est une pyramide régulière à base carrée »



3. La figure SABCDEF représente une pyramide régulière à base hexagonale.
4. Recopie et complète la définition :

Une pyramide régulière est un solide :

- dont la base est un polygonerégulier.
- dont toutes les faces latérales sont des triangles isocèles superposables ayant un sommet commun appelé sommet de la pyramide.

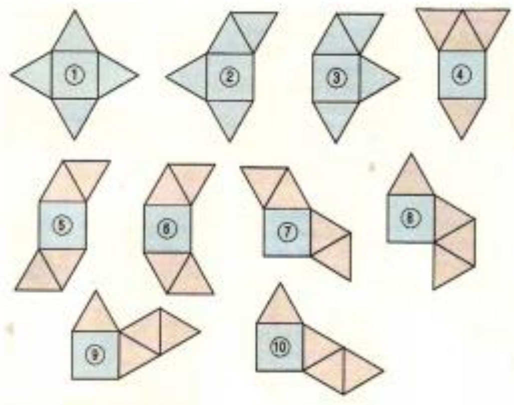
La distance du sommet à la base s'appelle hauteur de la pyramide.

La hauteur issue du sommet d'une face latérale est appelée « apothème » de la pyramide.

Patron d'une pyramide régulière

Activité 3 :

1.
   a. On obtient la figure 1
   b. Le patron demandé a la forme de la figure 1. Le carré du milieu a pour côté 3cm. Les faces latérales sont des triangles équilatéraux construits sur les côtés du carré.
2. Les figures qui sont des patrons de pyramide sont les figures n° 1, 2, 4, 5, 7 et 10.



Aire latérale et aire totale d'une pyramide régulière

Activité 4 : Aire latérale d'une pyramide

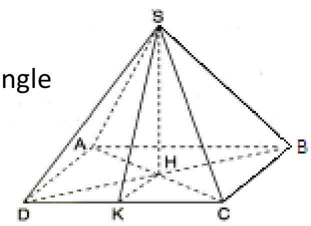
1. La pyramide à base carrée a 4 faces latérales et la pyramide à base hexagonales en a 6.

   Complète :

« Le nombre de faces latérales d'une pyramide est **égal** au **nombre** de côtés du polygone de base ».

2. L'aire d'une face latérale est égal à $\frac{c \times a}{2}$. Comme la pyramide possède n faces latérales, l'aire latérale est : $A = \frac{n \times c \times a}{2} = P \times \frac{a}{2}$, car $n \times c$, car c est égal au périmètre P du polygone de base.

Activité 5



1. $AC^2 = AB^2 + BC^2 = 6^2 + 6^2 = 2 \times 6^2$ donc $AC = 6\sqrt{2}$
2. $SA^2 + SC^2 = 6^2 + 6^2 = 2 \times 6^2 = AC^2$, donc d'après Pythagore, SAC est rectangle d'hypoténuse $[AC]$ et d'angle droit en S.
3. SAC rectangle et isocèle en S et $[SH]$ hauteur issue de H, donc $[SH]$ est

médiane et sa longueur vaut la moitié de C , donc $SH = 3\sqrt{2}$

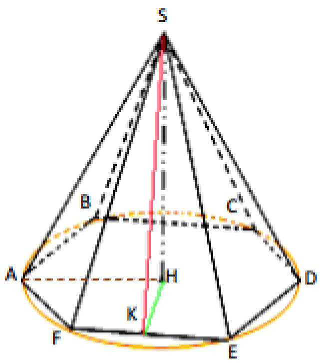
4. Dans le triangle isocèle et rectangle DHC, $[HK]$ est à la fois hauteur et médiane, donc HK vaut la moitié de DC, d'où $HK = 3\sqrt{3}$.

Dans le triangle rectangle SHK, on a : $SK^2 = SH^2 + HK^2 = 18 + 9 = 27 = 3 \times 3^2$, donc $SK = 3\sqrt{3}$.

L'apothème de la pyramide est a = $3\sqrt{3}$ et le périmètre est 6 x 4 = 24 donc $\boxed{A = 24 \times \frac{3\sqrt{3}}{2} = 36\sqrt{3}}$ $\boxed{\text{cm}^2}$.

5. L'aire totale de la pyramide est la somme de l'aire latérale et de l'aire de la base, donc on a :
   L'aire totale est : $36\sqrt{3} + 36 = \boxed{36(\sqrt{3} + 1)\ \text{cm}^2}$

Activité 6



1. La longueur d'un côté de l'hexagone de base est r.
2. Dans le triangle rectangle AHS ; on a : $SH^2 + HA^2 = SA^2$, donc :

   $SH^2 = SA^2 - HA^2 = (2r)^2 - r^2 = 3r^2$ et $SH = r\sqrt{3}$.

3. FHE est un triangle équilatéral et la hauteur HK vaut $FH\ \frac{\sqrt{3}}{2} = r\ \frac{\sqrt{3}}{2}$.

   L'aire de la base de la pyramide est $\boxed{A_1}$
   $\boxed{= P \times \frac{HK}{2} = 6r \times r\frac{\sqrt{3}}{2} = 3r^2\sqrt{3}}$

4. Dans le triangle rectangle SHK, $SK^2 = SH^2 + HK^2 = 3r^2 + \frac{3}{4}r^2 = \frac{15}{4}r^2$.

   Donc $SK = r\frac{\sqrt{15}}{2}$

   L'aire latérale de la pyramide est $\boxed{A_2 = P \times \frac{SK}{2} = 6r \times r\frac{\sqrt{15}}{2} = 3r^2\sqrt{15}}$.

   L'aire totale de la pyramide est $\boxed{A = A_1 + A_2 = 3r^2(\sqrt{15} + \sqrt{3})}$

3. Détermine l'aire totale de la pyramide.

Je m'investis !...

Activité 6

Une occasion d'intégrer tes connaissances en géométrie et en numérique !...

La figure représente une pyramide régulière $SABCDEF$ à base hexagonale.

Le cercle circonscrit à la base a pour rayon r et les arêtes d'extrémité S ont pour longueur commune $l = 2r$.

1. Quelle est la longueur d'un côté de l'hexagone de base ?
2. Utilise le triangle rectangle AHS pour calculer la hauteur SH de la pyramide.
3. Quelle est la nature du triangle FHE ? Calcule la hauteur HK de ce triangle et l'aire de la base de la pyramide.

Utilise le triangle rectangle SHK pour calculer l'apothème SK de la pyramide.

4. Quelle est l'aire latérale de la pyramide ?
5. Quelle est l'aire totale de la pyramide ?

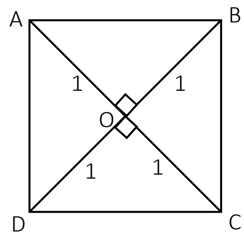
DEUXIEME PARTIE

ACTIVITES NUMERIQUES

I. Racine carrée d'un réel positif ou nul

Activité 1 :

1. 4cm et 5cm.
2. Non, car une longueur est toujours positive.



Activité 2 :

1. ABCD est un carré.
2. Aire(ABCD) = Aire(AOB) + Aire(BOC) + Aire(COD) + Aire(DOA)= $4\times\frac{1\times1}{2}=2$
3. Complète :
   « Le côté du carré ABCD est un nombre réel positif ou nul **x** qui vérifie : $\mathbf{x^2}$ =2 »

> *Pour tout nombre réel positif ou nul **a**, il existe un et un seul nombre réel positif ou nul **x** tel que* $\mathbf{x^2 = a}$.
> ***x** est appelée « racine carrée de a ». On note :* x = $\sqrt{a}$ *et on lit « **x est égal à radical de a** »*

Activité 3 :

1. $\sqrt{4\times9} = \sqrt{36} = \sqrt{6^2} = 6$ et $\sqrt{4}\times\sqrt{9} = \sqrt{2^2}\times\sqrt{3^2} = 2\times3 = 6$, donc; $\sqrt{4\times9} = \sqrt{4}\times\sqrt{9}$
   $\sqrt{16\times25} = \sqrt{400} = \sqrt{20^2} = 20$ et $\sqrt{16}\times\sqrt{25} = \sqrt{4^2}\times\sqrt{5^2} = 4\times5 = 20$, donc; $\sqrt{16\times25} = \sqrt{16}\times\sqrt{25}$
2. $\sqrt{a\times b} = \sqrt{a}\times\sqrt{b}$.
3. $\sqrt{\frac{9}{16}} = \sqrt{\left(\frac{3}{4}\right)^2} = \frac{3}{4}$ et $\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{16}} = \frac{\sqrt{3^2}}{\sqrt{4^2}} = \frac{3}{4}$, donc ; $\sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{16}}$
   $\sqrt{\frac{25}{36}} = \sqrt{\left(\frac{5}{6}\right)^2} = \frac{5}{6}$ et $\frac{\sqrt{25}}{\sqrt{36}} = \frac{\sqrt{5^2}}{\sqrt{6^2}} = \frac{5}{6}$, donc : $\sqrt{\frac{25}{36}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{36}}$
4. $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$.
5. $\sqrt{9+16} = \sqrt{25} = \sqrt{5^2} = 5$ et $\sqrt{9}+\sqrt{16} = \sqrt{3^2}+\sqrt{4^2} = 3+4 = 7$, donc $\sqrt{9+16} \neq \sqrt{9}+\sqrt{16}$
   La formule $\cancel{\sqrt{a+b} = \sqrt{a}+\sqrt{b}}$ est fausse, on a : $\boxed{\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a}+\sqrt{b}}$

Activité 4 : a et b désignent deux nombres réels positifs

1. $\underline{\left(\sqrt{a}\times\sqrt{b}\right)^2} = (\sqrt{a})^2\times\left(\sqrt{b}\right)^2 = a\times b$ = ab donc : $\boxed{\sqrt{a\times b} = \sqrt{a}\times\sqrt{b}}$

2. $\left(\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^2 = \dfrac{(\sqrt{a})^2}{(b)^2} = \dfrac{a}{b}$ donc : $\boxed{\sqrt{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}}$

Activité 5 :

1. $\sqrt{64\times 25} = \sqrt{64}\times\sqrt{25} = \sqrt{8^2}\times\sqrt{5^2} = 8\times 5 = 40$; $\sqrt{49\times 100} = \sqrt{49}\times\sqrt{100} = 7\times 10 = 70$;
   $\sqrt{\dfrac{25}{64}} = \dfrac{\sqrt{25}}{\sqrt{64}} = \dfrac{\sqrt{5^2}}{\sqrt{8^2}} = \dfrac{5}{8}$; $\sqrt{\dfrac{81}{100}} = \dfrac{\sqrt{81}}{\sqrt{100}} = \dfrac{9}{10}$

2. $\sqrt{2500} = \sqrt{25\times 100} = \sqrt{25}\times\sqrt{100} = 5\times 10 = 50$; $\sqrt{810000} = \sqrt{81}\times\sqrt{10000} = 9\times 100 = 900$;
   $\sqrt{0{,}01} = \sqrt{\dfrac{1}{100}} = \dfrac{\sqrt{1}}{\sqrt{100}} = \dfrac{1}{10} = 0{,}1$; $\sqrt{1{,}21} = \sqrt{\dfrac{121}{100}} == \dfrac{\sqrt{121}}{\sqrt{100}} = \dfrac{11}{10} = 1{,}1$;
   $\sqrt{0{,}0064} = \sqrt{\dfrac{64}{10000}} = \dfrac{\sqrt{64}}{\sqrt{10000}} = \dfrac{8}{100} = 0{,}08$

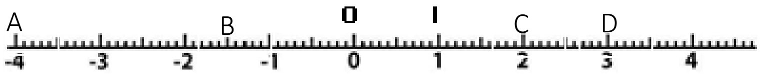
Activité 6 :

2. $\sqrt{20} = \sqrt{4\times 5} = \sqrt{4}\times\sqrt{5} = 2\times\sqrt{5} = 2\sqrt{5}$;
   $\sqrt{108} = \sqrt{2^2\times 3^3} = \sqrt{2^2}\times\sqrt{3^3} = 2\times\sqrt{3^2\times 3} = 2\times\sqrt{3^2}\times\sqrt{3} = 2\times 3\times\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$;
   $\sqrt{32} = \sqrt{16\times 2} = \sqrt{4^2\times 2} = \sqrt{4^2}\times\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$; $\sqrt{147} = \sqrt{3\times 7^2} = \sqrt{3}\times\sqrt{7^2} = \sqrt{3}\times 7 = 7\sqrt{3}$

II. Valeur absolue

Activité1 :

1. Voir figure



2. Je calcule : OA = 4 ; OB =1,5 ; OC = 2 ; OD = 3

3. La distance par rapport à zéro chacun des nombres.
   a. La distance à zéro de (-4) est OA = 4
   b. La distance à zéro de (-1,5) est OB = 1,5
   c. La distance à zéro de (2) est OC = 2
   d. La distance à zéro de (3) est OD = 3

4. Une distance à zéro est par définition un nombre positif, elle ne peut être négative.

5. La distance à zéro de O est OO = 0

6. $|-1,5| = 1,5$; $|2| = 2$; $|3| = 3$; $|0| = 0$

> On appelle « valeur absolue d'un nombre réel « a » », le nombre positif ou nul exprimant la <u>distance</u> de « a » à zéro. On le note <u>$|a|$</u>,
> et on lit « valeur absolue de « a » ».

Activité 2 :

$|-6|=6$; $|22,5| = 22,5$; $\left|-\frac{5}{3}\right| = \frac{5}{3}$; $|\sqrt{2}| = \sqrt{2}$; $\left|\frac{3}{4}\right| = \frac{3}{4}$; $|(-2,5)^2| = |6,25| = 6,25 = (2,5)^2$;

$|-10,34| = |10,34|$

Valeurs absolues de deux nombres opposés

Activité 3 :

1. $|-3,5| = 3,5 = |3,5|$; $|-5| = 5 = |+5|$: $|-4,5| = +4,5 = |4,5|$; $\left|-\frac{5}{7}\right| = +\frac{5}{7} = \left|\frac{5}{7}\right|$

2. La valeur absolue d'un nombre réel est égale à celle de son opposé.

3.

> « Deux nombres opposés ont même **valeur absolue** ».
> Pour tout nombre réel a, on a : $|-a| = |\mathbf{a}|$
> « La valeur absolue d'un nombre positif est égale à **lui même**. ». Si $a \geq 0$, alors $|a| = \mathbf{a}$
> « La valeur absolue d'un nombre négatif est égale à **son opposé** ». Si $a < 0$, alors $|a| = \mathbf{-a}$

Racine carrée et valeur absolue

Activité 4 :

1. $\sqrt{5^2} = 5 \ et\ (-3)^2 = (-3) \times (-3) = 9$ donc $\sqrt{(-3)^2} = \sqrt{9} = 3 = |-3|$;
   $\sqrt{\left(-\frac{7}{3}\right)^2} = \frac{7}{3} = |-\frac{7}{3}|$

- $\sqrt{\left(-\frac{2}{5}\right)^2} = \frac{2}{5} = |-\frac{2}{5}|$
- Si a est un nombre réel, positif ou négatif, $\sqrt{a^2} = |a|$

2. Recopie et complète :

« La racine carrée du carré d'un nombre réel est égal à **la valeur absolue de ce nombre** ».
Pour tout nombre réel a, on a : $\sqrt{a^2} = |a|$

Activité5 :

1. En utilisant la droite réelle la distance entre : 1et 3 =2 ; entre (-4) et (-2) = 2; entre (-1) et 2 = 3 ; entre 3 et (-2) = 5.

2. |1 – 3| = |-2|=2 ; |(-4) – (-2)| = |-2| = 2 ; |(-1) – 2|= |-3| = 3 ; |3 – (-2)| = |5| =5

- On remarque que la distance entre 2 points d'une droite réelle est la valeur absolue de leur distance à zéro.

3.

La distance entre deux réels a et b est égale à **|<u>a - b</u>|.**

Activité 6 :

1. $|4 - 5| = 1$; $|1 - \frac{7}{4}| = \frac{3}{4}$; $|\frac{8}{3} - 2| = \frac{2}{3}$

2. Le nombre $\sqrt{2}-\sqrt{3}$ est négatif ! Complète $|\sqrt{2}-\sqrt{3}|$ = **- (** $\sqrt{2}-\sqrt{3}$ **) =** $(\sqrt{\mathbf{3}} - \sqrt{\mathbf{2}})$

   $|1 - \sqrt{2}| = \sqrt{2} - 1$ car $\sqrt{2} > 1$; $|\sqrt{7}-2| = \sqrt{7} - 2$ car $\sqrt{7} > 2$

3. $\sqrt{(-2{,}5)^2} = |-2{,}5| = 2{,}5$; $\sqrt{\left(-\frac{2}{3}\right)^2} = |-\frac{2}{3}|$; $\sqrt{\left(3-\frac{17}{5}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{-2}{5}\right)^2} = \left|-\frac{2}{5}\right| = \frac{2}{5}$

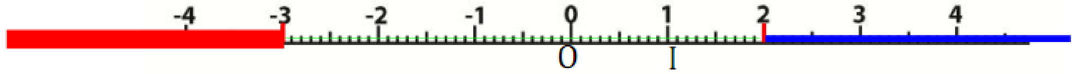
4. Distances entre (-3,5 et 2) = |(-3,5) – 2| = 5,5 ; entre ($\frac{2}{5}$ et 6) = $\left|\frac{2}{5}-6\right| = \left|\frac{-28}{5}\right| = \frac{28}{5}$

Entre $(-1$ et $-\frac{4}{11}) = \left|-1 - (-\frac{4}{11})\right| = \left|\frac{-7}{11}\right| = \frac{7}{11}$

Intervalle dans ℝ

Activité 1 :

1- à 3-



4- Les réels -3 et 2 étant exclus, on distingue trois régions :

a- Pour la région colorée en rouge (dans mon cahier, mais d'épaisseur en gras ici), l'abscisse x d'un point M est inférieure à -3. Cette région est donc caractérisée par : **x < -3**.
Pour la région colorée en vert (dans mon cahier, mais en pointillés ici), l'abscisse x d'un point M est comprise entre -3 et 2. Elle est donc caractérisée par : **–3 < x < 2**.
Enfin pour la région colorée en bleu, l'abscisse x d'un point M est supérieure à 2. Cette région est donc caractérisée par : **x > 2**.

b- Si on prend 2 points d'abscisse y et z dans la région en rouge, alors tout point d'abscisse t compris entre y et z est encore un point de la région en rouge.

c- Une partie P de ℝ est un intervalle si tout nombre compris entre deux nombres dans P est aussi un élément de P.

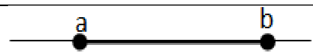
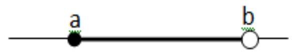
d- Oui, les parties en vert (dans mon cahier, mais en pointillés ici) et en bleu (dans mon cahier, mais d'épaisseur moyenne ici) représentent des intervalles.

e- Toutes ces relations sauf la relation $x \in \{-1 ; 0 ; 1{,}5 ; \frac{1}{4}\}$ définissent des intervalles.

Activité 2 :

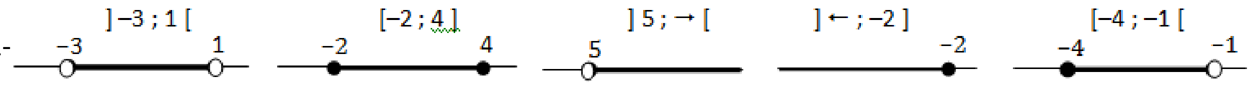
1- L'intervalle défini par $x \geq 2$ a pour borne inférieure 2.
L'intervalle défini par $-6 \leq x \leq 0$ a pour borne inférieure -6 et pour borne supérieure 0.
L'intervalle défini par $x < 4$ a pour borne supérieure 4.
L'intervalle défini par $2 < x \leq 6$ a pour borne inférieure 2 et pour borne supérieure 6.
L'intervalle défini par $-1 \leq x < 5$ a pour borne inférieure -1 et pour borne supérieure 5.

2-

Ecriture de l'intervalle	Lecture	Ensemble de « x »	Représentation
[a ; b]	Intervalle fermé « a, b »	$a \leq x \leq b$	
[a ; b[	Intervalle « a, b », fermé en « a », ouvert en « b »	$a \leq x < b$	
]a ; b]	Intervalle « a, b », ouvert en « a », fermé en « b »	$a < x \leq b$	
]a ; b[	Intervalle ouvert « a, b »	$a < x < b$	

Activité 3 :

1-



2- $x \leq -2 \Leftrightarrow x \in]\leftarrow ; -2]$; $x > 3 \Leftrightarrow x \in]3 ; \rightarrow[$; $-4 < x < 6 \Leftrightarrow x \in =]-4 ; 6[$;
$-2 \leq x < 2 \Leftrightarrow x \in [-2 ; 2[$; $x \geq 5 \Leftrightarrow x \in [5 ; \rightarrow[$

3- $x \in]0 ; \rightarrow[\Leftrightarrow x > 0$; $x \in]-4 ; 5[\Leftrightarrow -4 < x < 5$; $x \in [-2 ; \rightarrow[\Leftrightarrow x \geq -2$;
$x \in [-10 ; 10] \Leftrightarrow -10 \leq x \leq 10$

Activité 4 :

1- L'ensemble des nombres qui se trouvent à la fois dans l'ensemble A et dans l'ensemble B est égal à {3 ; 4}

- *« **L'intersection** des ensembles A et B est l'ensemble des éléments appartenant à la fois à A et à B ».*

2- L'ensemble des nombres se trouvant dans A ou dans B est égal à {1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6}

- *« La **réunion** des ensembles A et B est l'ensemble des éléments appartenant à A ou à B, ».*

Activité 5 :

1- [−2 ; 4 [*et* [2 ; 8]

[−2 ; 4 [∩ [2 ; 8] = [2 ; 4 [; [−2 ; 4 [∪ [2 ; 8] = [−2 ; 8]

2- Il n'y a pas d'intervalle présenté sur (E) car les deux intervalles n'ont pas d'élément commun.

3- Non, cette réunion ne se présente pas en un seul intervalle. Elle se présente en deux intervalles.

Recopie et complète :

*Lorsque deux intervalles n'ont pas **d'élément** commun, leur intersection est vide. On dit qu'ils sont **disjoints**.*

*L'intersection de deux intervalles est soit **vide**, soit **un intervalle**.*

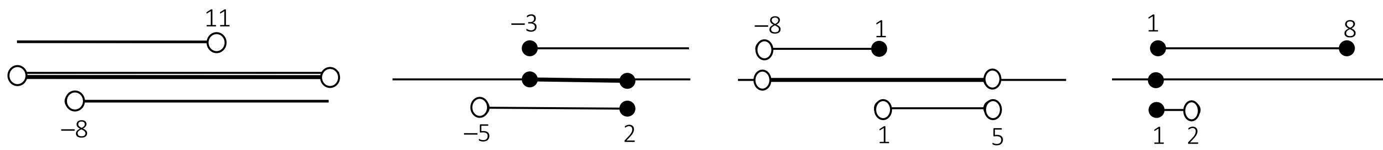
*La réunion de deux intervalles n'est pas toujours un **intervalle**.*

*Lorsque les deux intervalles ont un point commun, la réunion de deux intervalles est **un intervalle**.*

Activité 6 :

Représente sur une droite graduée et écris plus simplement :

] ← ; 11 [∪] −8 ; → [=] ← ; → [; [−3 ; → [∩] −5 ; 2] = [−3 ; 2] ;] −8 ; 1] ∪]1 ; 5 [=] −8 ; 5 [;[1 ; 8] ∩ [1 ; 2 [=[1 ; 2[



III. ENCADREMENT D'UNE SOMME, D'UNE DIFFERENCE, D'UN PRODUIT, D'UN QUOTIENT

Activité 1 :

1. Recopie et remplace les pointillés par l'un des symboles $\leq, \geq, <, >$

   a. Si $a \leq b$ et $b \leq c$, alors $a \leq c$. Nous disons que $\leq$ est une relation transitive.

   b. Si a, b et c sont des nombres réels tels que $a \leq b$ alors : $a + c \leq b + c$.

   c. Si a, b, c sont des nombres réels, $a \leq b$ et $c > 0$, alors $a \times c \leq b \times c$.

   d. Si a, b, c sont des nombres réels, $a \leq b$ et $c < 0$, alors $a \times c \geq b \times c$.

   e. Si $a \leq b$ alors $-a \geq -b$. Les opposés de deux nombres sont rangés dans l'ordre inverse de ces nombres.

f. Si $a > 0, b > 0$ et $a \leq b$, alors : $\frac{1}{b} \geq \frac{1}{a}$ .Les inverses de deux nombres positifs sont rangés dans l'ordre inverse de ces nombres.

g. Si $a > 0, b > 0, a < b$ équivaut à $a^2 > b^2$. Deux nombres positifs sont rangés dans le même ordre que leurs carrés.

2. Découvrons d'autres propriétés de l'inégalité.

a. a.Si $a \leq b$ et $c \leq d$, en utilisant la propriété vue dans $1.b.$, on obtient $a + c \leq b + c$ et $b + c \leq b + d$ et en utilisant $1.a.$, on déduit que : $a + c \leq b + d$.

Si $a \leq b$ et $c \leq d$, alors $a + c \leq b + d$.

b. a ≤ b ≤ c ; e ≤ d ≤ f, donc a ≤ b et e ≤ d ; b ≤ c et d ≤ f. En utilisant la propriété précédente, on a : $a + e \leq b + d$ et $b + d \leq c + f$. Finalement, on obtient : $a + e \leq b + d \leq c + f$

Activité 2

1. Sans faire de calcul, complète les pointillés avec « $<$ » ou « $>$ » :

$45{,}7 + 2{,}1 > .45{,}7 + 1{,}9$; $7 - 9 < 10 - 9$

2. Trouve l'erreur commise et explique pourquoi.

a. $45 > -10$ alors $45 \times 2 < -10 \times 2$: $45 \times 2 > -10 \times 2$ car l'inégalité ne change pas de sens si on multiplie par un nombre positif les deux membres de l'inégalité.

b. $3 < 5$ alors $3 \times (-4) < 5 \times (-4)$: $3 \times (-4) > 5 \times (-4)$ car l'inégalité change de sens si on multiplie par un nombre négatif les deux membres de l'inégalité

c. $2 < 8$ et $-4 < -2$ alors $2 - 4 > 8 - 2$: $2 - 4 < 8 - 2$ car on peut ajouter membre à membre 2 inégalités de même sens.

3. On sait que 3. $m < -5$.

a. $m - 15 < -20$

b. $-2m > 10$

c. $m/3 < -5/3$

d. $1/m > -1/5$

Activité 3

1. Méthode 1 : La division donne : $22/7 \approx 3{,}1428571$, donc $3{,}142 \leq \frac{22}{7} \leq 3{,}143$.

Méthode 2 : On a $3{,}142 \times 7 = 21{,}994 \leq 22$ et $3{,}143 \times 7 = 22{,}001 \leq 22$

donc $3{,}142 \leq \frac{22}{7} \leq 3{,}143$.

2. En mettant au même dénominateur, on a : $\frac{41}{8} = \frac{123}{24}$ $et \frac{14}{3} = \frac{122}{24}$, donc $\frac{14}{3} \leq 41/8$;

$2\sqrt{5} = \frac{30\sqrt{5}}{15}$ et $\frac{67}{15}$

3. En élévant au carré : $(3\sqrt{3})^2 = 27$ et $(2\sqrt{7})^2 = 28$ et $3\sqrt{3} \leq 2\sqrt{7}$

4. Mettons au même dénominateur et comparons les numérateurs $4{,}472 = \frac{67{,}08}{15}$;

$2\sqrt{5} = \frac{30\sqrt{5}}{15}$ et $\frac{67}{15}$

$67{,}08^2 = 4499{,}7264$; $(30\sqrt{5})^2 = 4500$, donc $67 \leq 67{,}08 \leq 30\sqrt{5}$.

On peut donc dire que : $\frac{67}{15} \leq 4{,}472 \leq 2\sqrt{5}$

Activité 4 :

La table des racines carrées donne : $\sqrt{2} = 1{,}41421356$; $\sqrt{3} = 1{,}73205081$

$\sqrt{5} = 2{,}23606798$

Donc $\boxed{1{,}414<\sqrt{2}<1{,}415 \text{ et } 1{,}732<\sqrt{3}<1{,}733}$

$1{,}4142<\sqrt{2}<1{,}4143$ et $1{,}7320<\sqrt{3}<1{,}7321$, donc $3{,}1462<\sqrt{2}+\sqrt{3}<3{,}1464$

$1{,}4142<\sqrt{2}<1{,}4143$ et $1{,}7320<\sqrt{3}<1{,}7321$; donc $2{,}8284 < 2\sqrt{2} < 2{,}8286$ et $-1{,}7321<-\sqrt{3}<-1{,}7320$.

$1{,}0963 < 2\sqrt{2}-\sqrt{3} < 1{,}0966$. On en tire que $\boxed{1{,}096 < 2\sqrt{2}-\sqrt{3} < 1{,}097}$

Activité 5 :

1. On a : $a \leq b$ et $c \leq d$ avec $a > 0$ et $c > 0$, donc $a \times c \leq b \times c$, de même $b \times c \leq b \times d$.

   Par transitivité : $\mathbf{a} \times \mathbf{c} \leq \mathbf{b} \times \mathbf{d}$.

2. $a \leq b \leq c$; $e \leq d \leq f$, alors $a \leq b$ et $e \leq d$. Comme $a > 0$ et $e > 0$, on a $a \times e \leq b \times d$. De même, comme $b > 0$ et $d > 0$, $b \leq c$ et $d \leq f$, on a : $b \times d \leq c \times f$. On peut donc dire que : $a \times e \leq b \times d \leq c \times f$.

3. $1{,}414 < \sqrt{2} < 1{,}415$; $1{,}732 < \sqrt{3} < 1{,}733$ donc $1{,}414 \times 1{,}732 < \sqrt{2} \times \sqrt{3} < 1{,}415 \times 1{,}733$, c'est-à-dire :

   $2{,}449048 < \sqrt{2} \times \sqrt{3} < 2{,}452195$. D'où $\boxed{2{,}4 < \sqrt{6} < 2{,}5}$

   $1{,}414<\sqrt{2}<1{,}415$ et $2{,}236<\sqrt{5}<2{,}237$ donc $1{,}414 \times 2{,}236 < \sqrt{2} \times \sqrt{5} < 1{,}415 \times 2{,}237$;

$3{,}161704 < \sqrt{10} < 3{,}165355$; $6{,}323408 < 2\sqrt{10} < 6{,}33071$ et $\boxed{6{,}3 < 2\sqrt{10} < 6{,}4}$

Activité 6

Soient x et y des réels tels que $a \leq x \leq b$; $c \leq y \leq d$ et $a > 0$; $c > 0$

1. Comme c >0, on a : $\frac{1}{d} \leq \frac{1}{y} \leq \frac{1}{c}$.

   De plus $a > 0$ et $\frac{1}{d} > 0$, donc $a \times \frac{1}{d} \leq x \times \frac{1}{y} \leq b \times \frac{1}{c}$ c'est-à-dire : $\frac{a}{d} \leq \frac{x}{y} \leq \frac{b}{c}$

$3{,}146<\sqrt{2}+\sqrt{3}<3{,}147$ $2{,}236<\sqrt{5}<2{,}237$, donc $\frac{3{,}146}{2{,}237} \leq \frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$

2. On a : d'après l'activité 3 et

$\leq \frac{3,147}{2,236}$

$1,406 \ldots \leq \frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}} \leq 1,407 \ldots$ On en déduit que : $\boxed{1,40 \leq \frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}} \leq 1,41}$

IV. FRACTION RATIONNELLE

Activité 1

1. $P = 4x + 4 \; et \; S = x^2 + 2x.$
2. $\frac{4x+4}{x^2+2x}$
3. Le numérateur et le dénominateur sont des polynômes.
4. Une fraction rationnelle est le rapport de deux polynômes

Recopie et complète :

Une fraction rationnelle est le **rapport** de **deux polynômes**

Activité 2 :

a) Les fractions rationnelles sont $A = \frac{2x-5}{4x+3}$ et $D = \frac{2}{x^2+3x+2}$

b) plusieurs réponses possibles

Activité 3

On donne

1. Calcule, lorsque c'est possible, la valeur numérique de H pour $x = 2$; $x = -1$; $x = 0$; $x = 1$; $x = \frac{1}{3}$; $x = -5$

Valeurs	2	-1	0	1	$\frac{1}{3}$	-5
Valeurs de H	14	2	0/0 N'existe pas	$\frac{6}{0}$ N'existe pas	$-\frac{8}{3}$	0

2. $\frac{a}{b}$ a une valeur numérique si $b \neq 0$
3. $x^2 - x = x(x-1)$
4. Les solutions de l'équation $x(x-1) = 0$ sont 0 et 1,

donc pour tout x différent de 0 et 1, $x(x-1) \neq 0$ et la valeur numérique de H existe.

5. $D_H =]-\infty\,;0[\cup]1\,;+\infty[$

Recopie et complete

L'ensemble de définition d'une fraction rationnelle est l'ensemble des valeurs de la variable pour lesquelles son dénominateur est différent de zéro.

Activité 4 :

On donne l'expression $I = \frac{2}{4x^2-49}$

$D_H =]-\infty\,;-\frac{7}{2}[\cup]-\frac{7}{2}[\cup]\frac{7}{2}\,;+\infty[$

Activité 5 :

a) $\frac{63}{105} = \frac{3\times 21}{5\times 21} = \frac{3}{5}$

b) Soit la fraction rationnelle :$\frac{x^3+5x^2}{x^2-x}$

1) $x^3 + 5x^2 = x^2(x+5)$ et $x^2 - x = x(x-1)$

$$\frac{x^3+5x^2}{x^2-x} = \frac{x^2(x+5)}{x(x-1)}$$

2) $D =]-\infty\,;0[\cup]0\,;1[\cup]1\,;+\infty[$ et $\frac{x^3+5x^2}{x^2-x} = \frac{x(x+5)}{x-1}$

Activité 6 :

$D =]-\infty\,;0[\cup]0\,;\frac{5}{2}[\cup]\frac{5}{2}\,;+\infty[$ et $\frac{4x^2-20x+25}{2x^2-5x} = \frac{2x-5}{x}$

V. EQUATION INEQUATION

RESOLUTION DU SYSTEME D'EQUATIONS DU PREMIER DEGRE DANS $\boldsymbol{IR} \times \boldsymbol{IR}$

Activité 1

$3x - 12 = 9 - 4x$

a) x est l'inconnue, $3x - 12$ est le premier membre de l'égalité, $9 - 4x$ est le second membre de l'égalité

b) Si on remplace x par -1, on a $-15 = 13$ ce qui est faux ; pour $x = 0$ on $a - 12 = 9$ faux et pour $x = 1$

on a $-9 = 5$ faux donc, $-1, 0$ et 1 ne sont pas des solutions de l'équation.

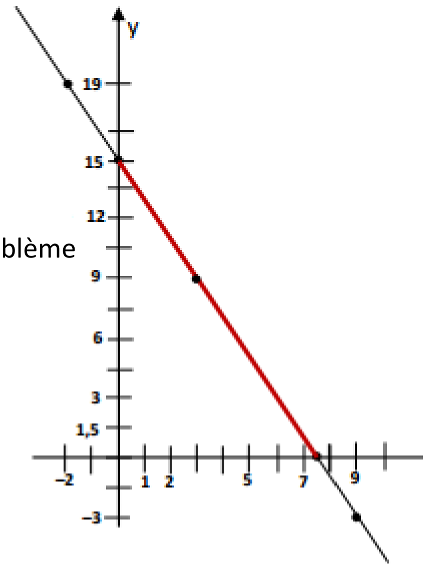
c) $3x - 12 = 9 - 4x$

$3x - 12 + 12 = 9 - 4x + 12$

$3x + 4x = 21 - 4x + 4x$

$7x = 21$ d'où $x = 3$

Activité 2 :



1. La longueur totale des segments en gras est égale à « $2x + y$ »
2. $2x + y = 15$
   a) Dans la relation $2x + y = 15$, on remplace x par 1,5 et y par 12

et on a $2 \times 1{,}5 + 12 = 15$? Donc $x = 1{,}5$ et $y = 12$ est une solution du problème

   b) Si on prend $x = 2$, on a

   $2x + y = (2 \, x \, 2) + y = 15 \rightarrow y = 15 - 4 \rightarrow y = 11$

3. $(1{,}05 \, ; \, 12{,}9)$ est la solution. En effet, $2 \times 1{,}0 + 12{,}9 = 15$

Pour une valeur donnée de x , $y = 15 - 2x$

4.

x	0	7,5	9	−2	3
y	15	0	−3	19	9

5. Les points représentant les solutions sont alignés.

6 et 7 voir figure.

Activité 3 :

1. De $x + y = 15$, on a $y = 15 - x$
2. En remplaçant y par $15 - x$ dans l'équation (2), on a $2x + 5(15 - x) = -3x + 75 = 57 \rightarrow x = 6$
3. $y = 15 - 6 = 9$
4. Vérification : dans l'équation $(1) : 6 + 9 = 15$; dans l'équation $(2) : 12 + 45 = 57$

Activité 4 :

$$\begin{cases} -3x + y = 9 & (1) \\ 4x - 3y = -17 & (2) \end{cases}$$

On exprime y en fonction de x à l'aide de l'équation (1) et on a $y = 9 + 3x$

On remplace (substitue) y par $9 + 3x$ dans l'équation (2) et on a : $4x - 3(9 + 3x) = -17$

$4x - 27 - 9x = -17$

$-5x = 10$ donc $x = -2$. On remplace x par -2 dans la valeur de y trouvée et on a :

$y = 9 + 3(-2)$, on trouve $y = 3$

Vérification dans l'équation (1):$-3(-2) + 3 = 9$ et '$4(-2) - 9 = -17$

Le couple $(-2 ; 3)$ est solution du système.

Activité 5

1. En multipliant par (-5) chaque membre de l'équation (1), on l'équation

   $(3) : -5x - 5y = -75$

2. Ajoutons membre à membre les équations (3) et (2) :

$$\begin{array}{rll} -5x - 5y = -75 & & (3) \\ \underline{2x + 5y = \ 57} & & (2) \\ -3x \quad = -18 & & \end{array}$$

3. $x = 6$ et $y = 9$

Activité 6 :

$$\begin{cases} -2x + 3y = 3{,}5 \\ x - 4y = -5{,}5 \end{cases}$$

Multiplions par 2 chaque membre de l'équation (2), nous avons $2x - 8y = -11$ (3)

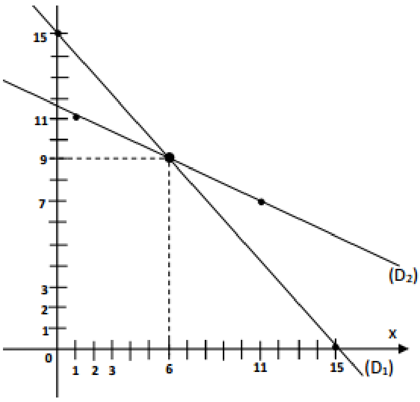
En additionnant membre à membre les équations (1) et (3), nous avons $-5y = -7{,}5$ donc $y = 1{,}5$

A l'aide de l'équation (2), nous avons $x = 4y - 5{,}5$ et en remplaçant y par 1,5, nous avons $x = 0{,}5$.

Vérification : de l'équation (1) on a $-1 + 4{,}5 = 3{,}5$ et de l'équation (2) $0{,}5 - 6 = 5{,}5$

Activité 7 :

1.



2. Ces expressions sont des équations de droite, donc l'ensemble des solutions est les deux droites.
3. La solution est le point commun c'est-à-dire le point d'intersection de ces deux droites.

Activité 8 Application

La solution du système :

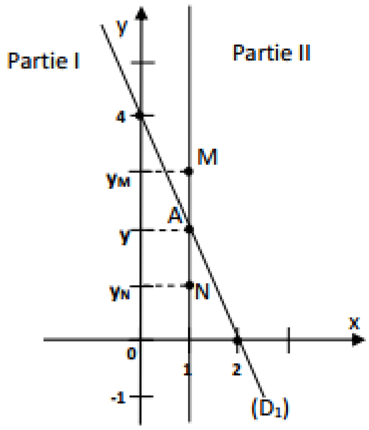
$$\begin{cases} 10x + 9y = 30 \ (1) \\ 11x + 10y = -15 \ (2) \end{cases}$$

Est le couple $(435\,;-480)$

RESOLUTION DU SYSTEME D'INEQUATIONS DU PREMIER DEGRE DANS $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$(à deux inconnues)

Activité 9 :

1. $y = 4 - 2x\,;\, y < 4 - 2x\,;\, y > 4 - 2x$
2. voir figure
3. La droite (D_1) divise le plan en 2 régions.
4. et 5 voir figure



5. $y_M > y\,;\, y_N < y$
6. M est au dessus de (D_1) si $y > -2x + 4$

N est au dessous de (D_1) si $y < -2x + 4$

P est sur (D_1) si $y = -2x + 4$

Une droite d'équation $y = ax + b$ divise le plan en 3 régions :

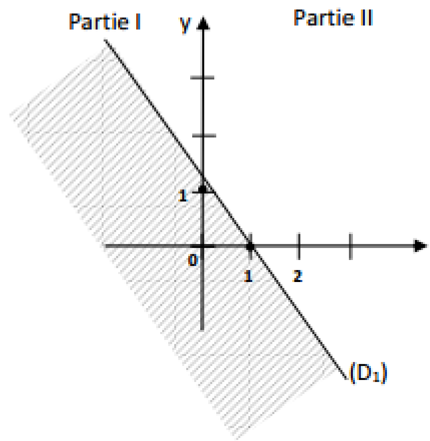
Les points de la droite vérifient $y = ax + b$ (1)

- Les points situés au dessus de la droite vérifient $y > ax + b$ (2)
- Les points situés au dessous de la droite vérifient $y < ax + b$ (3)

<u>Remarque :</u>

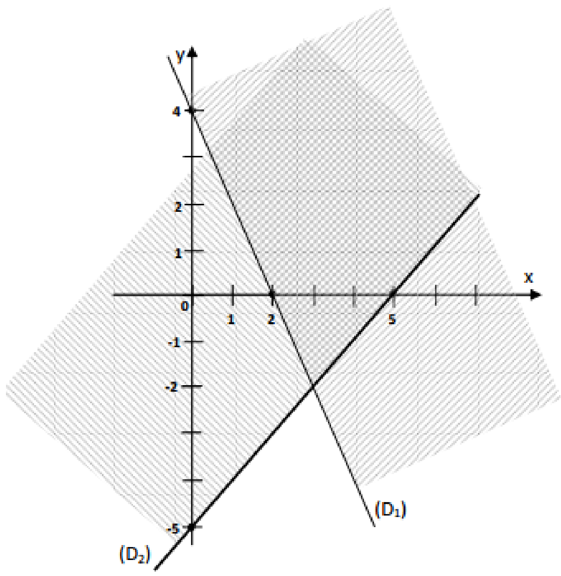
Si un point de la région vérifie une relation alors tous les points de cette région vérifient la même relation.

Activité 10 :



Activité 11:

La solution est la partie non hachuré.



Activité 11:

Soit le système S:

$$\begin{cases} 5x + 2y = 7 \\ -2x + y = -10 \end{cases}$$

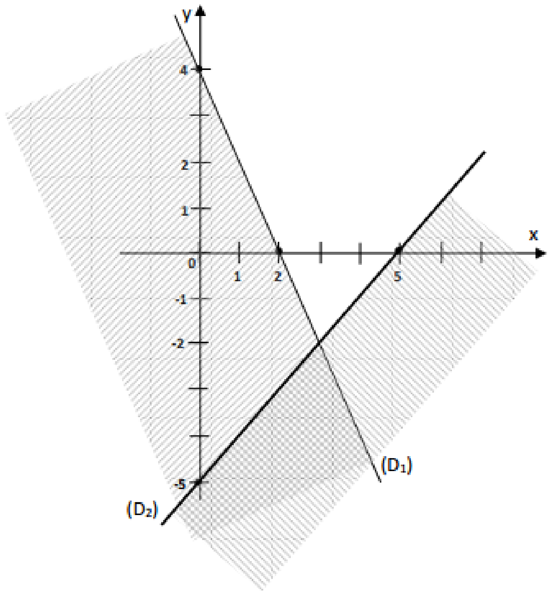
1. La bonne réponse

C : Résoudre S c'est trouver une valeur x et une valeur y qui vérifient les deux équations simultanément.

2. La bonne réponse

G : Le système S admet pour solution $x = 3\ et\ y = -4$

Activité 13 :



RESOLUTION DE PROBLEME SE RAPPORTANT A DES EQUATIONS OU INEQUATIONS DANS $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

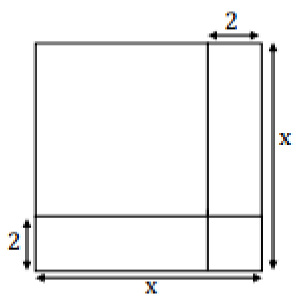
Activité 14

a) $x = \frac{3}{2}$ et b) $x < 2$

Activité 15

Si on diminue de 2 cm le côté d'un carré, son aire diminue de 20 cm^2

Quelle est la mesure initiale du côté du carré.



Etape 1 : ***Lecture du sujet :***

- On diminue de 2cm le côté d'un carré
- Son aire diminue de 20 cm²
- On demande la mesure initiale du côté du carré

Etape 2 : ***Traduction mathématique du problème***

Dans la question, il s'agit de calculer la mesure initiale du côté du carré.

Appelons « x » cette mesure.

1. Analysons et traduisons chaque information fournie par l'énoncé

par des expressions ou des relation

a) x
b) x^2
c) $x - 2$
d) $(x - 2)^2$
e) $x^2 - (x - 2)^2 = 2$

2. $x^2 - (x - 2)^2 = 20$; $x^2 - (x^2 - 4x + 4) = 20$; $x^2 - x^2 + 4x - 4 = 20$;
3. $4x - 4 = 20$

Activité 16 :

Soit x l'âge de la fille.

La mère a 23 ans de plus que sa fille veut dire que l'âge de la mère est égale à $x + 23$.

La somme de leurs âges étant égale à 37, donc on a : $x + x + 23 = 37$

$2x + 23 = 37$ $2x + 23 - 23 = 37 - 23$ $2x = 14$ $x = 7$

La fille a 7 ans.

Activité 17 :

Maria passe un examen comportant 3 épreuves : Mathématiques (coefficient 4) - Français (coefficient

3) - Anglais (coefficient 2). Elle a obtenu 12 en Maths ; 08 en Français.

Quelle note en Anglais doit-elle obtenir pour avoir au moins la moyenne de 10 ?

Etape 1 : Lecture du sujet :

1. Il y a 3 épreuves : les mathématiques, le français et l'anglais

Les coefficients des notes sont : 4 pour les maths, 3 pour le français et 2 pour l'anglais.

La note de maths est 12.La note de français est 08.

2. On cherche la note d'anglais pour que la moyenne soit supérieure ou égale à 10.

Etape 2 : ***Traduction mathématique du problème***

a. maths, français et anglais
b. 4 pour les maths, 3 pour le français et 2 pour l'anglais
c. maths : 12 ; français : 08 et anglais : x
d. $\frac{4\times12+3\times8+2x}{4+3+2} = \frac{72+2x}{9} = \frac{2}{9}x + 8$
e. La moyenne est 10 donc la relation précédente, c'est-a-dire

f. $\frac{2}{9}x + 8$ doit être supérieure ou égale à 10

3. $\frac{2}{9}x + 8 \geq 10$

Etape 3 : ***Recherche de la solution***

- $\frac{2}{9}x + 8 \geq 10$
- $\frac{2}{9}x + 8 - 8 \geq 10 - 8$
- $\frac{2}{9}x \geq 2$
- Vérification : $x \geq 9$; $2x \geq 18$; $72 + 2x \geq 90$; $\frac{72 + 2x}{9} \geq 10$; $\frac{2}{9}x + 8 \geq 10$

Activité 18

Soit x un nombre entier naturel impair, le nombre impair qui suit x est $x + 2$; le nombre impair qui suit

$x + 2\ est\ x + 4$

« La somme de ces nombres est égale à 495 » se traduit par : $x + x + 2 + x + 4 = 495$

$3x + 6 = 495$; $3x + 6 - 6 = 495 - 6$; $3x = 489$; $x = 163$

Les trois nombres impairs consécutifs cherchés sont : 163 , $165\ et\ 167$

Activité 19 :

Soit x le prix d'un croissant et y celui d'un livre.

«, Njara a acheté 4 croissants et 3 pains au chocolat pour $5650\ Ar$. » se traduit par : $4x + 3y = 5650Ar$.

« Lina a acheté 3 croissants et 5 pains au chocolat pour $6850\ Ar$» se traduit par : $3x + 5y = 6850\ Ar$

Nous avons donc un système de 2 équations à 2 inconnues :

$$\begin{cases} 4x + 3y = 5650\ (1) \\ 3x + 5y = 6850 \end{cases}$$

On résout ce système par combinaison en multipliant chaque membre de l'équation (1) par 3 et ceux

de l'équation (2) par (-4). On a :

$$\begin{cases} 12x + 9y = 16950 \\ -12x - 20y = -27400 \end{cases}$$

En additionnant membre à membre on a : $-11y = -9450$ donc $y = 950$

On reporte la valeur de y dans l'équation (1) et on a : $4x + 2850 = 5650$ donc $x = 700$

$x = 700\ et\ y = 950$ vérifient bien les équations (1) et (2).

Le prix d'un croissant est de $700\ Ar$ et celui d'un pain au chocolat $950\ Ar$.

Activité 20 :

Un champ rectangulaire a pour longueur 80 m. Le cultivateur doit décider de sa largeur x exprimée en

mètres. Il souhaite que le périmètre de ce champ soit inférieur à 240 m. En même temps, il voudrait que son aire soit supérieure à $3000\ m^2$

a. «Il souhaite que le périmètre de ce champ soit inférieur à 240 m » se traduit par : $2(80+x) < 240$ (1)

« il voudrait que son aire soit supérieure à $3000\ m^2$» se traduit par : $80x > 3000$ (2)

b. De l'équation (1), nous avons : $2(80+x) < 240$; $80+x < 120$; $x < 40$

De l'équation (2), nous avons : $80x > 3000$; $x > 37{,}5$

Donc la largeur x doit satisfaire la relation : $37{,}5 < x < 40$

Les valeurs possibles de x sont : $38m$; $38{,}5m$; $39m$; $39{,}5m$

VI. APPLICATION LINEAIRE ET AFFINE

Activité1 :

1. Soit $ABCD$ un rectangle de largeur $l = 10$ et de longueur $L = x$

a) Complétons le tableau

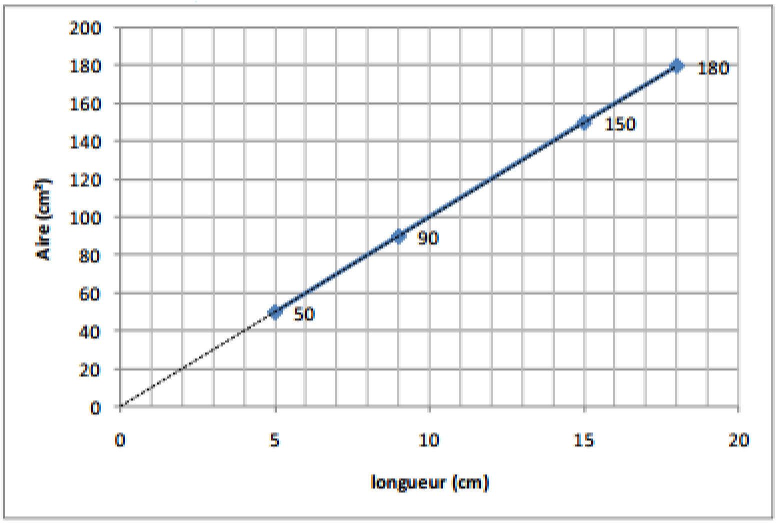
$Longueur\ (cm)$	5	9	15	19
$A = Aire\ (cm^2)$	50	90	150	190
$P = Périmètre\ (cm)$	44	46	50	54

b) L'aire $A = 10x$ et le périmètre est $P = 2(x + 10) = 2x + 20$

c) Les 2 premières lignes représentent une situation de proportionnalité, le coefficient de proportionnalité est $= 10$, A est proportionnelle à x P n'est pas proportionnel à x,

En effet, $\frac{44}{5} \neq \frac{46}{9}$

d) Représentation graphique

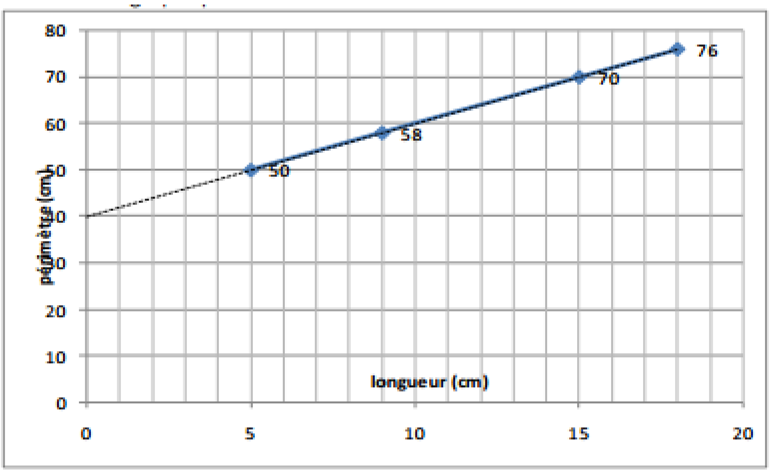


e) constate que

A est une fonction de la forme $A\ (x) = ax$. Elle traduit une situation de proportionnalité. 10 est son coefficient de proportionnalité

Sa représentation graphique est la droite d'équation : $y = 10x$. issue de origine

f) Représentation graphique



Je remarque que

P est une fonction de la forme : $P\ (x)\ =\ ax\ +\ b$ .Elle est la somme d'une partie proportionnelle et d'une

partie fixe.

Sa représentation graphique est une **une droite**

Activité 2 :

1. En se référant à la définition, on trouve : h est linéaire, g est affine ; f et k ne sont ni affine ni linéaire
2. $\mathrm{y}\ =\ \mathrm{f(x)}\ \ =\ 3\mathrm{x}\ -\ 1,$

   a) x donné, calculer y

y	-3	0	2
x	$\mathbf{-10}$	$\mathbf{-1}$	$\mathbf{5}$

   b) y donné, retrouver x correspondant

y	0	$\frac{1}{3}$	2
x	$\mathbf{-1}$	$\mathbf{0}$	$\mathbf{5}$

3. f est une application définie par $f(x)\ =\ \sqrt{3}\ (x\ -\ 2)$

y	-3	0	$\sqrt{3}$
x	$-5\sqrt{3}$	$-2\sqrt{3}$	$3-2\sqrt{3}$

Activité 3 :

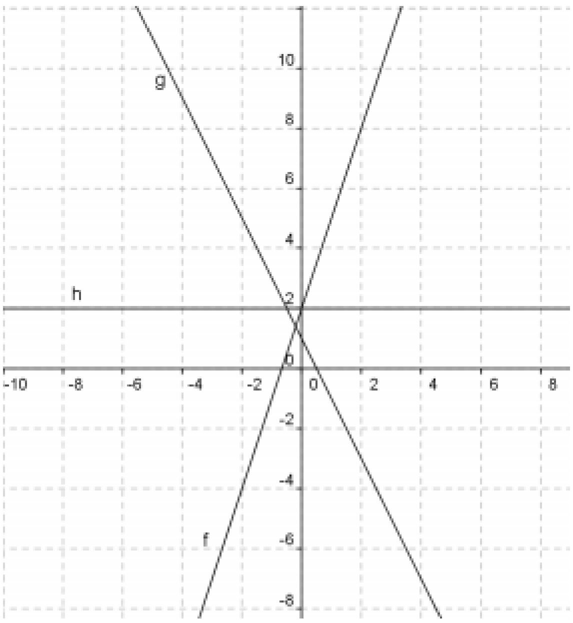
f est une application linéaire de la forme $f(x) = ax$

1) $f(x\_1 + y\_1) = a(x\_1 + y\_1) = ax\_1 + ay\_1 = f(x\_1) + f(y\_1)$
2) $f(kx) = a(kx) = k(ax) = kf(x)$
3) $f(0) = a_0 = 0$

Activité4 :

1. calcul des images de 0, 1,2

x	0	1	2
$Y = 3x - 2$	-2	1	4
$Y = -2x - 2$	-2	-4	-10
$Y = 2{,}5$	2,5	2,5	2,5



Activité 5

Soit $x1 \leq y1$,

1) Calculons $f(y_1) - f(x_1) = (-5y_1) - (-5x_1) = -5y_1 + 5x_1 = 5(-y_1 + x\ \ 1)$

Or $x1 - y1 \leq 0\ donc\ f(y1) - f(x1) = 5(-y1 + x1) \leq 0$,ce qui veut dire f décroissante.

2) Calculons $g(y_1) - g(x_1) = 3\,(y_1 - x_1) \geq 0$, f est alors croissante

Activité 6 (cas général)

Si f est une application linéaire de la forme $f(x) = ax$

1) Si $a > 0$, étudie la croissance de f,
2) Si $a < 0$, étudie la croissance de f,

3) Si $a = 0$, étudie la croissance de f.

Soit $f(x) = ax$ une application linéaire

- Si $a > 0$ alors f est une application linéaire croissante
- Si $a = 0$ alors f est une application linéaire constante
- Si $a < 0$ alors f est une application linéaire décroissante

Activité 8 :

1) f(x) = *-3(2x+1)* = *-6x-3* donc décroissante
2) g(x) = $\frac{2x-1}{4} = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}$ donc croissante

Activité 9 (cas général)

Soient x_1 et x_2 deux réels, avec $x_1 \leq x_2$, c'est-à-dire $x_2 - x_1 \geq 0$

Etudions le signe de $f(x_2) - f(x_1) = (ax_2 + b) - (ax_1 + b) = a(x_2 - x_1)$

1) Si $a > 0$ alors $f(x_2) - f(x_1) = a(x_2 - x_1) \geq 0$, la fonction f est donc croissante.
2) Si $a < 0$ alors $f(x2) - f(x1) = a(x2 - x1) \leq 0$, la fonction f est donc décroissante
3) Si $a = 0$ alors $f(x2) - f(x1) = 0$, la fonction f est constante

Activité 10 :

Soit $f(x) = ax + b$ une application affine

- Si $a > 0$ alors f est une application croissante
- Si $a = 0$ alors f est une application constante
- Si $a < 0$ alors f est une application décroissante

Activité 11

1. $y = 100x + 50 = 50(2x + 1)$
2. Complete les tableaux ci-dessus :

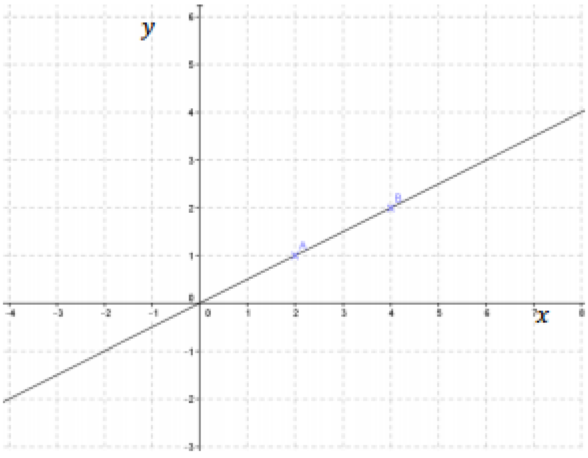
1er cas :

Nom élève	Quantité achetée	Montant à payer
Rakoto	02	250
Rasoa	05	550
Kenny	07	750
Jao	17	1750

2ème cas :

Nom élève	Quantité achetée	Montant à payer
Djaomalaza	03	350 Ar
Nirina	01	150 Ar
Vola	04	450 Ar
Rasoa	09	950 Ar

Activité 12 :



f est linéaire et de la forme $f(x) = ax$, sa représentation graphique est la droite (AB)

1) Nous avons $f(2) = 1$, c'est à dire $2a = 1$ d'où $a = \frac{1}{2}$

2) $a > 0$ donc f est croissante

Activité 13 : Application à la physique

On note par x la masse accrochée (en g) et par $a(x)$ l'allongement du ressort

I Fonction linéaire

1°) Complète le tableau

x en g	0	100	350	335	333	50
$a(x)$ cm	0	2	7	6,7	6,66	1

2°) Exprime a(x) en fonction de x.

$$\frac{x}{a(x)} = \frac{50}{1}$$

$$\frac{x}{50} = \frac{a(x)}{1}$$

$$a(x) = \frac{1}{50}x$$

3°) Calcule en utilisant cette relation $a(60) = 1.2$; $a(600) = 12$; $a(860) = 17{,}2$

II Fonction affine

Notons $l(x)$ la longueur totale du ressort (en cm) en fonction de la masse x (en g)

1°) Complète le tableau suivant :

x en g	0	100	450	650
l(x) en cm	25	27	34	38

2°)

$$l\,(x) = \frac{1}{50}x + 25$$

3°) Calcule en utilisant cette relation : $l(150) = 28\ cm$; $l(1000) = 45\ cm$

4°) $35 = \frac{1}{50}x + 25$

D'où $x = 500g$

Graphiquement la masse qu'il faut pour obtenir une longueur de 35 cm est de $500g$