

ENCADREMENT

A la fin des activités, je dois être capable (de) d'

- comparer des nombres réels
- encadrer un rationnel, un radical par deux décimaux consécutifs de même ordre
- utiliser les propriétés des inégalités pour trouver des encadrements d'une somme, d'une différence, d'un produit et d'un quotient par deux décimaux consécutifs de même ordre

A. Propriétés de base d'une inégalité

Je redécouvre les propriétés

Activité 1

1. Recopie et remplace les pointillés par l'un des symboles $\leq, \geq, <, >$.
Tu pourras prendre des exemples pour retrouver les formules.

- a. Si $a \leq b$ et $b \leq c$, alors $a \dots c$. Nous disons que \leq est une relation transitive.
- b. Si a, b et c sont des nombres réels tels que $a \leq b$ alors : $a + c \dots b + c$.
- c. Si a, b, c sont des nombres réels, $a \leq b$ et $c > 0$, alors $a \times c \dots b \times c$.
- d. Si a, b, c sont des nombres réels, $a \leq b$ et $c < 0$, alors $a \times c \dots b \times c$.
- e. Si $a \leq b$ alors $-a \dots -b$. Les opposés de deux nombres sont rangés dans l'ordre de ces nombres.
- f. Si $a > 0, b > 0$ et $a \leq b$, alors : $\frac{1}{a} \dots \frac{1}{b}$. Les inverses de deux nombres positifs sont rangés dans l'ordre de ces nombres.
- g. Si $a > 0, b > 0, a \leq b$ équivaut à $a^2 \leq b^2$. Deux nombres positifs sont rangés dans le ordre que leurs carrés.

2. Découvrons d'autres propriétés de l'inégalité.

- a. Si $a \leq b$ et $c \leq d$, en utilisant la propriété vue dans 1.b., on obtient $a + c \leq b + c$ et $b + c \leq b + d$.
En utilisant 1.a., on déduit que: $a + c \leq b + d$.

- b. En résumé:

- c. Voici six nombres réels a, b, c, d, e, f tels que $a \leq b \leq c; e \leq d \leq f$.
Utilise la propriété précédente pour justifier que $a + e \leq b + d \leq c + f$.

En résumé:

Nous disons qu'on peut additionner membre à membre des inégalités de même sens.

Je contrôle mes connaissances

Activité 2

1. Sans faire de calcul, complète les pointillés avec $>$ ou $<$
 $45,7 + 2,1 \dots \dots 45,7 + 1,9$; $7 - 9 \dots \dots 10 - 9$
2. Trouve l'erreur commise et explique pourquoi
 - a) $45 > -10$ alors $45 \times 2 < -10 \times 2$
 - b) $3 < 5$ alors $3 \times (-4) < 5 \times (-4)$
 - c) $2 < 8$ et $-4 < -2$ alors $2 - 4 > 8 - 2$
3. On sait que $m < -5$, qu'en est-il de :
 - a) $m - 15$?
 - b) $-2m$?
 - c) $\frac{m}{3}$?
 - d) $\frac{1}{m}$

B. Techniques de comparaison des nombres réels

Je redécouvre les techniques de comparaison des nombres

Activité 2 :

1. Compare la fraction $\frac{22}{7}$ avec les nombres décimaux 3,142 et 3,143.
2. Compare les fractions $\frac{41}{8}$ et $\frac{14}{3}$.
3. Compare les radicaux $3\sqrt{3}$ et $2\sqrt{7}$.
4. Compare les trois nombres 4,472 ; $2\sqrt{5}$ et $\frac{67}{15}$

C. Encadrement des nombres réels

J'utilise les propriétés

Activité 4 :

1. La table des racines carrées donne :
 $\sqrt{2} = 1,41421356\dots$; $\sqrt{3} = 1,73205081\dots$; $\sqrt{5} = 2,23606798\dots$
Donne un encadrement par deux décimaux consécutifs d'ordre 3 de :
 - $\sqrt{2}$;
 - $\sqrt{3}$;
 - $\sqrt{2} + \sqrt{3}$;
 - $2\sqrt{2} - \sqrt{3}$.

Activité 5 :

1. On donne $a \leq b$ et $c \leq d$ avec $a > 0$ et $c > 0$. Montre que $a \times c \leq b \times d$.
2. Utilise la propriété précédente pour montrer que:
si $a \leq b \leq c$; $e \leq d \leq f$; $a > 0$ et $e > 0$, alors $a \times e \leq b \times d \leq c \times f$
3. En prenant des encadrements par des décimaux consécutifs d'ordre 3 de $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}$,
trouve un encadrement par deux décimaux consécutifs d'ordre 1 de $\sqrt{6}, 2\sqrt{10}$

Activité 6:

Soient x et y des réels tels que $a \leq x \leq b$; $c \leq y \leq d$ et $a > 0$; $c > 0$

1. Donne un encadrement de $\frac{1}{y}$, puis de $\frac{x}{y}$
2. Applique ceci pour trouver un encadrement de $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{5}}$