Racine carrée d'un réel positif ou nul

A la fin des activités, je dois être capable de (d'):

- connaître la définition de la racine carrée d'un nombre positif.
- utiliser la définition et les propriétés des radicaux pour :
  - calculer la racine carrée d'un réel positif ou nul
  - simplifier l'écriture d'une expression comportant des radicaux

A. Définition

J'observe et je découvre

Activité 1:

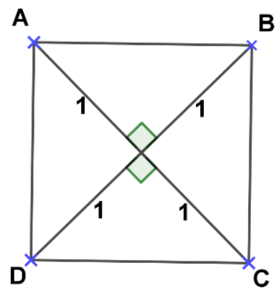
L'unité de longueur est le cm

1. Calcule la mesure du côté d'un carré d'aire 16 cm² ; 25 cm².
2. Nous savons que $(-4)^2 = 16$.
   Est-il possible que la longueur du côté d'un carré soit égale à (-4)

Nous disons que :
« 4 est la racine carrée de 16 » ;
« 5 est la racine carrée de 25 »

ATTENTION : « (-4) n'est pas la racine carrée de 16 »

Activité 2:



1. Observe la figure ci-dessus. Quelle est la nature du quadrilatère $ABCD$?
2. On sait que $OA = OB = OC = OD = 1$.
   En utilisant les aires des 4 triangles AOB, BOC, COD et DOA, calcule l'aire de $ABCD$.
3. Complete:
   « Le côté du carré ABCD est un nombre réel positif ou nul … qui vérifie …² =…… »

Nous disowns que: " x est la racine de 2" et nous notons $\boldsymbol{x} = \sqrt{\mathbf{2}}$

$\sqrt{2}$ se lit "**racine de 2**" ou "**radical de 2**"

Nous admettons que:

« Pour tout nombre réel positif ou nul a, il existe un et un seul nombre positif ou nul $\boldsymbol{x}$ *tel que* $\boldsymbol{x}^2 = \boldsymbol{a}$ »

J'énonce la définition

Recopie et complète :

> *Pour tout nombre réel positif ou nul* $\boldsymbol{a}$*,*
> *il existe un et un seul nombre réel positif ou nul* $\boldsymbol{x}$ *tel que* $\boldsymbol{x^2} = \boldsymbol{a}$
> $\boldsymbol{x}$ *est appelée « ………………………………de* $\boldsymbol{a}$ *».*
> *On note :* $x = \cdots$ *… … et on lit "*x *est égal à radical de* a*"*

De la définition précédente, nous retenons les propriétés caractéristiques suivantes :

> Pour tout nombre réel positif ou nul a :
> - $x = \sqrt{a}$ veut dire $x \geq 0$ et $x^2 = a$;
> - $\left(\sqrt{a}\right)^2 = a$;
> - $\sqrt{a^2} = a$

Remarque: dans l'expression $\sqrt{a}$*,* a *est appelé "la **radicande**".*

B. Propriétés des radicaux

J'observe et je découvre

Activité 3 :

1. Compare $\sqrt{4 \times 9}$ et $\sqrt{4} \times \sqrt{9}$; $\sqrt{16 \times 25}$ et $\sqrt{16} \times \sqrt{25}$
2. a et b étant des nombres positifs, à quoi est égal $\sqrt{a \times b}$?
3. Compare: $\sqrt{\frac{9}{16}}$ et $\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{16}}$; $\sqrt{\frac{25}{36}}$ et $\frac{\sqrt{25}}{\sqrt{36}}$.
4. D'après toi, à quoi est égal $\sqrt{\frac{a}{b}}$?
5. Compare $\sqrt{9+16}$ et $\sqrt{9} + \sqrt{16}$. Est-il vrai que $\sqrt{a+b}$ = $\sqrt{a} + \sqrt{b}$.

Je démontre les propriétés

Activité 4

a et b désignent deux nombres réels positifs

1. Complète : $\left(\sqrt{a}\times\sqrt{b}\right)^2 = (........)^2 \times (........)^2 = ...\times....... = ...$

   Ecris la formule : $\sqrt{a\times b}$ = ...×.......

2. Calcule $\left(\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^2$. Quelle formule peux-tu énoncer ?

Je retiens les formules

Si a et b sont des nombres réels positifs, alors :

$$\sqrt{a\times b} = \sqrt{a}\times\sqrt{b} \text{ et } \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\,;\, b \neq 0$$

$\xcancel{\sqrt{a}+\sqrt{b}=\sqrt{a+b}}$

ATTENTION !!!: $\boldsymbol{\sqrt{a}+\sqrt{b}\neq\sqrt{a+b}}$

Je contrôle mes connaissances

Activité 5 :

1. Calcule les radicaux suivants : $\sqrt{64\times25}$; $\sqrt{49\times100}$; $\sqrt{\dfrac{25}{64}}$; $\sqrt{\dfrac{81}{100}}$
2. En écrivant le nombre sous la forme d'un produit ou d'un quotient, calcule :
   $\sqrt{2500}$; $\sqrt{810000}$; $\sqrt{0{,}01}$; $\sqrt{1{,}21}$; $\sqrt{0{,}0064}$

J'utilise les propriétés pour simplifier l'écriture de quelques radicaux

Activité 6

1. Observe le calcul suivant **:** $\sqrt{8} = \sqrt{4\times2} = \sqrt{4}\times\sqrt{2} = \sqrt{2^2}\times\sqrt{2} = 2\times\sqrt{2} =$
   $2\sqrt{2}$
2. Utilise cette technique pour simplifier les radicaux suivants : $\sqrt{20}$; $\sqrt{108}$; $\sqrt{32}$; $\sqrt{147}$
   (NB : tu peux décomposer le nombre en facteurs premiers pour retrouver les carrés parfaits)