

APPLICATION LINEAIRE ET AFFINE

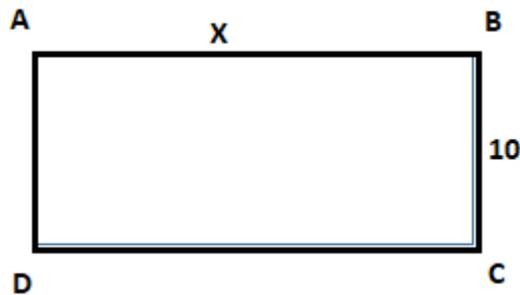
A la fin des activités, je dois être capable d'acquérir les notions d'applications linéaire et affines dans \mathbb{R}

Découvrir la notion d'application linéaire... !

J'observe et je découvre

Activité 1 :

- On considère un rectangle ABCD de largeur $l = 10$ et de longueur $L = x$.
On désigne par A son aire et par P son périmètre ;



a) Complète le tableau ci-dessous

Longueur	5	9	15	1
Aire (cm ²)				
Périmètre				

b) Donne les expressions de A et P en fonction de x .

c) L'aire A est-elle proportionnelle à x ?

Le périmètre P est-il proportionnel à x ?

d) Faire la représentation graphique de l'aire en fonction de la longueur du rectangle. L'axe des abscisses sera gradué de 0 à 20 (1 cm représente 10cm) et l'axe des ordonnées de 0 à 200 (1cm représente 20cm).

e) Recopie et complète les pointillés suivants

A est une fonction de la forme $(x) = ax$.

Elle traduit une situation de proportionnalité. a est.....

Sa représentation graphique est la droite d'équation :.....issue de.....

f) Faire la représentation graphique de la fonction P (périmètre en fonction de la longueur du rectangle). L'axe des abscisses sera gradué de 0 à 20 (1 cm représente 10cm) et l'axe des ordonnées de 0 à 80 (1cm représente 20cm).

g) Recopie et complète les pointillés suivants

P est une fonction de la forme : $P(x) = ax + .$

Elle est la somme d'une fonction linéaire et d'une constante b .

Sa représentation graphique est une

J'assimile une définition

Une application **linéaire** f est une application de la forme $f(x) = ax$, on écrit

$$x \mapsto y = f(x) \text{ avec } f(x) = ax$$

On lit à tout x élément de \mathbb{R} , on associe $y = ax$ un élément de \mathbb{R}

Une application **affine** f est une application de la forme $f(x) = ax + b$

$$x \mapsto y = f(x) \text{ avec } f(x) = ax + b$$

On lit à tout x élément de \mathbb{R} , on associe $y = ax + b$ un élément de \mathbb{R}

y est l'image de x par l'application f et x est l'antécédent de y

Je contrôle mes acquis

Activité 2

1. Soient f, g, h et k des applications définies par.

$$f(x) = x(x-10); g(x) = 2x-1; h(x) = 2x$$

$$\text{et } k(x) = 5$$

Lesquelles de ces fonctions sont affines ? linéaires ? Ni affine ni linéaire ?

2. Soit f une application affine définie par $f(x) = 3x - 1$ et on note $y = f(x) = 3x - 1$

a. Calcule la valeur de $y = f(x)$ pour $x = 0$; $x = 2$; $x = -3$; $x = 1/3$

b. Calcule la valeur de x pour $y = -1$; $y = 5$; $y = 0$

3. Soit l'application f définie par $f(x) = \sqrt{3}(x-2)$ quelle est la nature de cette application est-elle ?

Calcule $f(-3)$; $f(0)$ puis $f(\sqrt{3})$

Propriétés des applications linéaires

Activité 3

- Soit f une application linéaire, $x \mapsto f(x) = ax$, on a toujours

1) $f(x_1 + y_1) = f(x_1) + f(y_1)$ avec x_1 et y_1 éléments de \mathbb{R}

2) Pour tout réel k on a $f(kx) = kf(x)$

3) $f(0) = 0$

Je fais la démonstration :

- 1) Calcule $f(x_1 + y_1)$
- 2) Calcule $f(kx)$ avec k une constante
- 3) Calcule $f(0)$

- Le graphe d'une application linéaire dans un repère donné est une droite passant par l'origine.

Activité 4 :

J'observe et j'agis

On donne les trois fonctions suivantes :

$$f(x) = 3x + 2; g(x) = -2x + 1 \text{ et } h(x) = 2$$

- 1) Calcule les valeurs de $f(x)$, $g(x)$ et $h(x)$ pour $x = 0$; $x = 1$; $x = 2$
- 2) Faire une représentation graphique de ces 3 applications dans un même repère. ?
- 3) Qu'est-ce qu'on remarque?

Je retiens les définitions

- On dit que f est une application croissante sur I , si pour tout $x_1, y_1 \in I$ tels que $x_1 \leq y_1$, on a $f(x_1) \leq f(y_1)$
- On dit que f est une application décroissante sur I , si pour tout $x_1, y_1 \in I$ tels que $x_1 \leq y_1$, on a $f(x_1) \geq f(y_1)$
- On dit que f est une application constante sur I si pour tout $x_1, y_1 \in I$ tels que $x_1 \leq y_1$, on a $f(x_1) = f(y_1)$

Remarque :

Etudier la croissance d'une application sur I , c'est déterminer si elle est croissante, décroissante ou constante sur I .

L'ensemble I est un sous ensemble de \mathbb{R} (intervalle de \mathbb{R} , \mathbb{R} , ...)

Activité 5

On donne les fonctions suivantes

$$f(x) = -5x; g(x) = 3x$$

Soient x_1 et y_1 tels que $x_1 \leq y_1$,

- 1) Compare $f(x_1)$ et $f(y_1)$, en déduire la croissance de f .
- 2) Même question pour $g(x_1)$ et $g(y_1)$ et en déduire la croissance de g .

Représenter dans un même repère le graphe de f et g

Activité 6 (cas général)

Si f est une application linéaire de la forme $(x) = ax$

- 1) Si $a > 0$, étudie la croissance de f ,
- 2) Si $a < 0$, étudie la croissance de f ,
- 3) Si $a = 0$, étudie la croissance de f .

Je recopie et complète la propriété caractéristique d'une application linéaire suivante

Activité 7

Soit $f(x) = ax$ une application linéaire

- Si $a > 0$ alors f est une application
- Si $a = 0$ alors f est une application
- Si $a < 0$ alors f est une application

Activité 8

On donne les applications suivantes :

$$f(x) = -3(2x + 1) \text{ et } g(x) = \frac{2x-1}{4}$$

f est-elle croissante ou décroissante ?

- a) g est-elle croissante ou décroissante ?

Activité 9 (cas général)

Soit f est une application affine de la forme $f(x) = ax + b$

- 1) Si $a > 0$, étudie la croissance de f ,
- 2) Si $a < 0$, étudie la croissance de f ,
- 3) Si $a = 0$, étudie la croissance de f .

Je recopie et complète la propriété caractéristique d'une application linéaire suivante

Activité 10

Soit $f(x) = ax + b$ une application affine

- Si $a > 0$ alors f est une application
- Si $a = 0$ alors f est une application
- Si $a < 0$ alors f est une application

J'applique mes connaissances à la vie quotidienne

Activité 11

Des élèves ont acheté des bananes qui coutent 100 Ar le tas. Chaque élève a acheté un sachet plastique au prix de 50 Ar pour apporter leurs bananes.

Désignons par x le nombre de tas de bananes achetés et par y le montant d'argent à payer

1. Ecrire la relation entre x et y
2. Recopie et complète les tableaux ci-dessous :

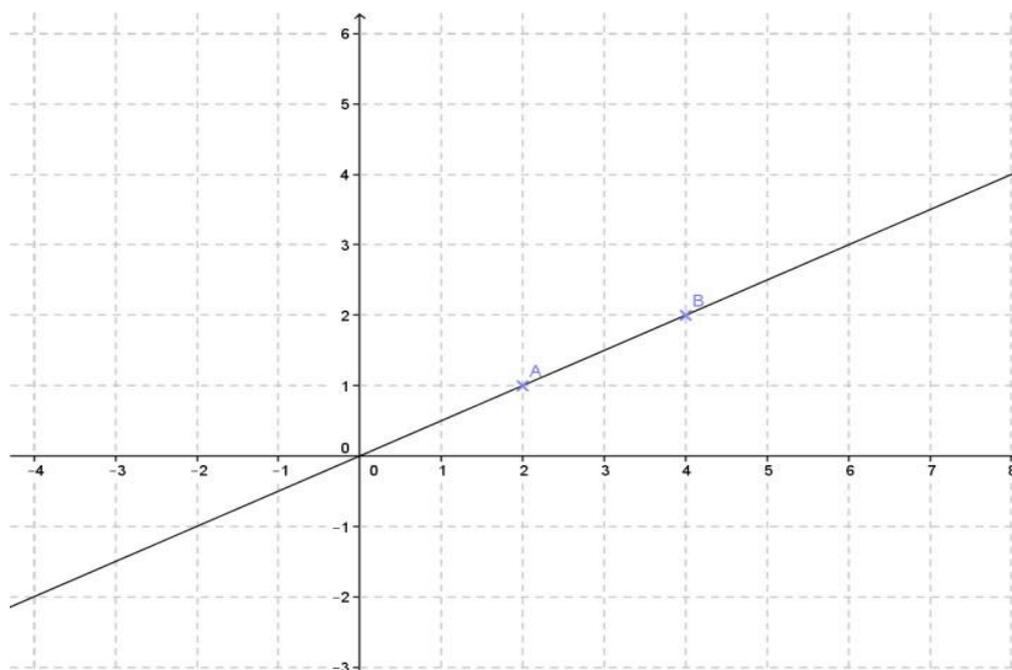
1^{er} cas :

Nom élève	Quantité chetée	Montant à payer
Rakoto	02	
Rasoa	05	
Kenny	07	
Jao	17	

2^{ème} cas :

Nom élève	Quantité achetée	Montant à payer
Djaomalaza		350 Ar
Nirina		150 Ar
Vola		450 Ar
Rasoa		950 Ar

Activité 12

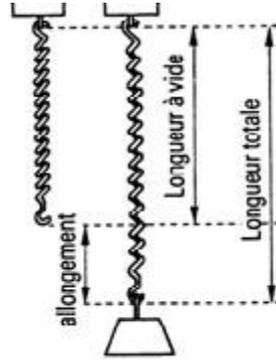


La droite (AB) ci-dessus représente le graphe d'une application linéaire f .

- 1) Détermine le coefficient directeur de f , en déduire l'expression de f .
- 2) L'application f est-elle croissante ? justifie votre réponse

Activité 13: Application à la physique

Un ressort à spires non jointives a une longueur à vide de 25 cm. Il s'allonge de 1 cm pour une masse de 50 g, et l'allongement est proportionnel à la masse qu'il supporte.



I Fonction linéaire

Activité :

Notons $a(x)$ l'allongement (en cm) du ressort en fonction de la masse x (en g). 1°) Complète le tableau suivant :

x	0	100	350		333
$a(x)$				6,7	

2°) Exprime $a(x)$ en fonction de x .

3°) Calcule en utilisant cette relation $a(60)$, $a(600)$, $a(860)$.

4°) Détermine l'allongement pour une masse de 450 g ; puis la masse qu'il faut accrocher pour obtenir un allongement de 15 cm,

II Fonction affine

Notons $l(x)$ la longueur totale du ressort (en cm) en fonction de la masse x (en g) 1°) Complète le tableau suivant :

x	0	100	450	650
$l(x)$				

2°) Exprime $l(x)$ en fonction de x .

3°) Calcule en utilisant cette relation : $l(150)$; $l(1000)$.

4°) Détermine graphiquement la masse qu'il faut pour obtenir une longueur de 35 cm ;