

# PRODUITS REMARQUABLES

**A la fin des activités de cette fiche, je dois être capable de :**

- maîtriser les règles de priorité :
  - de la multiplication sur l'addition et la soustraction
  - du calcul des puissances sur la multiplication en l'absence de parenthèse
- écrire une expression algébrique avec le moins de parenthèses possible
- utiliser un produit remarquable pour factoriser
- effectuer un calcul rapide d'une manière performante, en utilisant des produits remarquables

## A. Révision

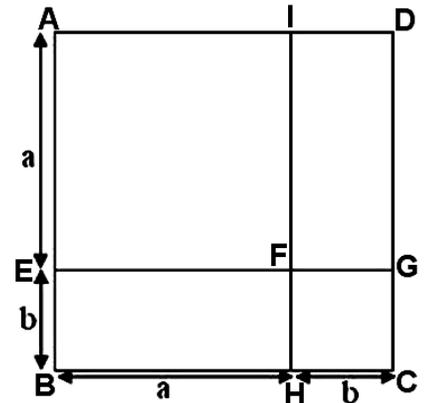
Développe et réduis les expressions :  $E = (2x + 5)(3x + 7)$  ;  $F = (5x + 8)(2x - 5)$  ;  $G = (2x + 3)^2$  ;  $H = (3x - 7)^2$

***J'observe et je découvre***

**A. Retrouvons une identité remarquable à partir des aires de figures géométriques !...**

**Activité 1 :** Dans la figure ci-contre, ABCD et AEFI sont des carrés, a et b désignent des longueurs.

- 1) Cite les segments qui ont pour longueur a ?
- 2) Cite les segments qui ont pour longueur b ?
- 3) Donne la longueur du côté du carré ABCD ?
- 4) Calcule les aires des figures AEFI, EFHB, FIDG, FHCG ?
- 5) Calcule l'aire du carré ABCD :
  - a. en utilisant la longueur de son côté ;
  - b. en l'écrivant comme somme des aires des quatre quadrilatères AEFI, EFHB, FIDG, FHCG.
  - c. Complète alors :  $(a + b)^2 = \dots + \dots + \dots$



## B. Encore deux autres produits remarquables !..

**Activité 2 :**

- 1) Retrouve le développement de  $(a - b)^2$  en écrivant  $(a - b)^2 = [a + (-b)]^2$
- 2) Développe et simplifie le produit  $(a+b)(a-b)$ . Complète alors :  $(a+b)(a-b) = \dots - \dots$

**B. J'utilise les produits remarquables pour calculer rapidement un carré ou un produit ?...**

**Activité 3 :**

1) Observe ces quelques exemples :

$$51^2 = (50 + 1)^2 = 50^2 + 2 \cdot 50 \cdot 1 + 1^2 = 2500 + 100 + 1 = 2601$$

$$69^2 = (70 - 1)^2 = 70^2 - 2 \cdot 70 \cdot 1 + 1^2 = 4900 - 140 + 1 = 4761$$

$$21 \times 19 = (20 + 1)(20 - 1) = 20^2 - 1^2 = 400 - 1 = 399$$

2) Applique la méthode pour calculer :  $81^2$  ;  $101^2$  ;  $59^2$  ;  $19^2$  ;  $29 \times 31$  ;

3) Calcule de façon rapide :  $11^2$  ;  $38^2$  ;  $42^2$  ;  $69 \times 71$  et  $98 \times 102$  ;  $48^2 - 47^2$  ;  $87^2 - 85^2$ .

## C. J'utilise des produits remarquables pour factoriser !...

### Activité 4 :

1) Observe ces quelques exemples :

•  $x^2 + 18x + 81 = \underline{x^2} + 18x + \underline{9^2} = \underline{x^2} + 2 \cdot \underline{x} \cdot \underline{9} + \underline{9^2} = (x + 9)^2$

car  $\underline{x^2} + 2 \cdot \underline{x} \cdot \underline{9} + \underline{9^2}$  est de la forme  $a^2 + 2ab + b^2$  avec  $a = x$  et  $b = 9$

$4t^2 - 24t + 36 = \underline{(2t)^2} - 24t + \underline{6^2} = \underline{(2t)^2} - 2 \cdot \underline{2t} \cdot \underline{6} + \underline{6^2} = (2t - 6)^2$  car  $\underline{(2t)^2} - 2 \cdot \underline{2t} \cdot \underline{6} + \underline{6^2}$  est de la forme  $a^2 + 2ab + b^2$  avec  $a = 2t$  et  $b = 6$

•  $9x^2 - 16 = \underline{(3x)^2} - \underline{4^2} = (3x - 4)(3x + 4)$  car  $\underline{(3x)^2} - \underline{4^2}$  est de la forme  $a^2 - b^2$  avec  $a = 3x$  et  $b = 4$

2) Factorise  $x^2 - 25$  ;  $x^2 + 6x + 9$  ;  $x^2 - 12x + 36$  en utilisant la méthode précédente

3) a étant un nombre relatif, factorise les sommes suivantes :

$5a^2 - a$  ;  $4a^2 + 18a$  ;  $a^2 - 49$  ;  $16 - 25a^2$  ;  $a^2 - \frac{1}{49}$  ;  $a^2 + 18a + 81$  ;  $a^2 + 2a + 1$  ;  $a^2 + 4a + 4$  ;  $9a^2 - 24a + 16$  ;  $a^3 - a$

### Activité 5

a est un nombre relatif.

1. Etablis l'égalité :  $(10a + 5)^2 = 100a(a + 1) + 25 = a \times (a+1) \times 100 + 25$

2. Utilise cette égalité pour calculer rapidement  $35^2$  ;  $65^2$  ;  $85^2$

### J'utilise mes nouvelles connaissances

#### Exercice 1 :

a) Choisis une technique rapide pour calculer :  $91^2$  ;  $49^2$  ;  $59 \times 61$  ;  $92 \times 88$  ;  $51^2 - 49^2$

b) En utilisant les produits remarquables, développe :  $(5x + 1)^2$  ;  $(4x - 3)^2$  ;  $(6y + 5)(6y - 5)$

#### Exercice 2 :

1. Transforme chacune des expressions pour qu'elle soit de la forme  $a^2 + 2ab + b^2$  ou  $a^2 - 2ab + b^2$  puis factorise-les :

c)  $A = x^2 + 8x + 16$     b)  $B = x^2 - 20x + 100$     c)  $C = 4x^2 + 12x + 9$     d)  $D = 25y^2 + 60y + 36$

2. Transforme chacune des expressions pour qu'elle soit de la forme  $a^2 - b^2$  puis factorise-les :

a)  $A = t^2 - 25$     b)  $B = 49z^2 - 1$     c)  $C = x^2 - 49$     d)  $D = 9a^2 - 36$

#### Exercice 3 :

Pour chaque ligne du tableau ci-dessous, choisis et entoure la bonne réponse parmi les trois proposées.

	L'expression factorisée de	A	B	C
a.	$x^2 - 100$ est	$(x - 10)(x + 10)$	$(x - 50)(x + 50)$	$(x - 10)^2$
b.	$4x^2 - 12x + 9$ est	$(2x + 3)(2x - 3)$	$(2x + 3)^2$	$(2x - 3)^2$
c.	$9x^2 - 16$ est	$(3x - 4)^2$	$(3x + 4)(3x - 4)$	$(3x + 4)^2$
d.	$(x + 1)^2 - 9$ est	$(x - 2)(x + 4)$	$x^2 + 2x - 8$	$(x - 8)(x + 10)$
e.	$25x^2 + 60x + 36$ est	$(25x + 6)^2$	$(5x + 6)^2$	$(-5x + 6)^2$
f.	$(2x + 1)^2 - 1$ est	$(2x + 1)(2x - 1)$	$2x(2x - 2)$	$2x(2x + 2)$