

PPCM et PGCD de deux ou de plusieurs nombres entiers naturels

A. Les multiples communs de deux nombres

Activité 1 :

- $A = \{12; 24; 36; 48; 60; 72; 84; 96; 108; 120; 132\}$
- $B = \{18; 36; 54; 72; 90; 108; 126\}$
- $M = \{36; 72; 108\}$
- Le plus petit multiple commun non nul de 12 et 18 est 36
 - Le nombre 36 est le plus petit commun multiple non nul ou le PPCM de 12 et 18
 - $\text{PPCM}(12; 18) = 36$
- $P = \{36; 72; 108\}$
- $P = M$
- Je recopie et je complète:
« Les multiples communs de 12 et 18 sont les multiples de leur **PPCM** »

« Les multiples communs de deux ou plusieurs nombres entiers naturels sont **les multiples de leurs PPCM** »

Exercice 1 :

$$120 = 2^3 \times 3 \times 5$$

$$280 = 2^3 \times 5 \times 7$$

$$\text{PPCM}(120; 280) = 2^3 \times 3 \times 5 \times 7 = 840.$$

Les multiples communs de 120 et 280 compris entre 1000 et 5000

PPCM	1	2	3	4	5	6
840	840	1680	2520	3360	4200	5040

B. Les diviseurs communs de deux nombres

Activité 1

- $A = \{1; 2; 3; 4; 6; 12\}$
- $B = \{1; 2; 3; 6; 18\}$
- $C = \{1; 2; 3; 6\}$
- la valeur du plus grand diviseur commun de 12 et 18 est 6
 - Le nombre 6 est le plus grand commun diviseur ou le PGCD de 12 et 18
 - $\text{PGCD}(12; 18) = 6$
- $D = \{1; 2; 3; 6\}$
- $C = D$
- Je recopie et je complète : « Les diviseurs communs de 12 et 18 sont les diviseurs de leur **PGCD** »

« Les diviseurs communs de deux ou plusieurs nombres entiers naturels sont **LES DIVISEURS DE LEURS PGCD** »

Exercice 2 :

$$36 = 2^2 \times 3^2$$

$$48 = 2^4 \times 3$$

$$\text{PGCD}(36; 48) = 2^2 \times 3 = 12$$

Les diviseurs communs de 36 et 48 = diviseurs de PGCD (36 ; 48) = $\{1; 2; 3; 6\}$

Problème : Le nombre d'élèves d'un collège est compris entre 450 et 600.

Avec ces élèves, on peut former soit des groupes de 6 élèves, soit des groupes de 10 élèves, soit des groupes de 16 élèves.

Quel est le nombre d'élèves de ce collège ?

Etape 1 : Lecture du sujet

- 1.
2. a) Le nombre d'élèves est entre 450 et 600.
b) On peut faire des groupes de 6
c) On peut faire des groupes de 10
d) On peut faire des groupes de 16
3. N = Le nombre d'élèves du collège est à chercher

Etape 2 : Traduction mathématique du problème (soit N le nombre recherché)

4.
 - a) N est entre 450 et 600.
 - b) N est un multiple de 6
 - c) N est aussi multiple de 10
 - d) N est aussi multiple de 16.
5. N est un multiple commun de (6 ; 10 ; 16) et N est compris entre 450 et 600

Etape 3 : Recherche de la solution

6. Dans l'étude des PPCM et PGCD
7. « Les multiples communs de deux ou plusieurs nombres entiers naturels sont **les multiples de leurs PPCM** »
8. Utilise-les pour calculer le nombre d'élèves du collège.
 - a. $6 = 2 \times 3$.
 - b. $10 = 2 \times 5$
 - c. $16 = 2^4$
 - d. $\text{PPCM}(6 ; 10 ; 16) = 2^4 \times 3 \times 5 = 240$
9. On sait que les multiples communs de 6, 10 et 16 sont les multiples de 240
Calculons les premiers multiples de 240, on trouve :

	1	2	3	4
240	240	480	720	960

N est compris entre 450 et 600 donc **$N = 480$** .