ECRITURE D'UN NOMBRE DECIMAL L'AIDE DE PUISSANCE DE 10

A la fin des activités de cette fiche, je dois être capable de :

- définir le sens mathématique de 10^{-n} ($n \in \mathbb{N}$).
- Enoncer les propriétés des puissances de 10
- utiliser les puissances de 10 à l'écriture d'un nombre décimal.
- écrire les nombres décimaux sous forme de puissance de 10.
- effectuer des calculs sur les nombres décimaux écrits sous la forme « $a.10^p$ »

A. Révision

Activité 1 :

En utilisant les propriétés des puissances, écris plus simplement les expressions suivantes :

$10^4 \times 10^5$; $(10^5)^3$; $\frac{10^9}{10^5}$; $\frac{10^4}{10^7}$

B. Les puissances de 10 à exposants négatifs

1. Définition

Si a est non nul et n un entier positif, on adopte la définition : $\boxed{a^{-n} = \frac{1}{a^n}}$

Activité 2 :

Ecris les nombres suivants sous la forme de puissances de 10 à exposants négatifs:

$\frac{1}{10^7}$; $\frac{1}{10^4}$; $\frac{1}{10}$; $\frac{1}{10000}$; 0,001 ; 0,000001

Activité 3 :

1) Ecris sous forme décimale les nombres $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{10^2}$; $\frac{1}{10^3}$; $\frac{1}{10^4}$

2) Compléter le tableau :

Puissance de 10	10^{-3}	10^{-1}		10^{-2}		10^{-7}
Ecriture décimale			0,00001		0,0001	
Nombre de chiffres après la virgule						

2. Propriétés de calcul sur les puissances de 10

Activité 4 :

Ecrire sous la forme de puissance de 10 les résultats des opérations suivantes :

a) $10^{-4} \times 10^{-3}$; $10^7 \times 10^{-4}$; $10^{-7} \times 10^4$
Si p et q sont des entiers (positifs ou négatifs), a-t-on toujours : $10^p \times 10^q = 10^{p+q}$?

b) $(10^{-5})^2$; $(10^{-4})^{-3}$
Si p et q sont des entiers (positifs ou négatifs), a-t-on toujours : $(10^p)^q = 10^{pq}$?

c) $\dfrac{10^3}{10^{-7}}$; $\dfrac{10^{-4}}{10^2}$; $\dfrac{10^{-5}}{10^{-7}}$

d) Si p et q sont des entiers (positifs ou négatifs), a-t-on toujours : $\dfrac{10^p}{10^q} = 10^{p-q}$

J'applique mes nouvelles connaissances

Activité 5 :

1) Calcule et écris sous forme décimale : 1000 x 10000 ; 0,01 x 1000 ; $(0{,}001)^2$; $\dfrac{100}{10000}$; $\dfrac{0{,}01}{1000}$; $\dfrac{1}{0{,}01}$
2) Ecris les nombres sous forme de puissance de 10 puis effectue les opérations précédentes dans la question 1).

Activité 6 : Justifions les propriétés de l'activité 4

m , n sont des entiers positifs tels que m > n. En utilisant la définition des exposants négatifs, montre que :

a) $10^{-m} \times 10^{-n} = 10^{(-m)+(-n)}$; $10^{m} \times 10^{-n} = 10^{m+(-n)}$.

b) $(10^{-m})^{n} = 10^{-mn} = 10^{(-n)\times m} = (10^{-n})^{m}$; $(10^{-m})^{-n} = 10^{mn} = 10^{(-m)\times(-n)}$

c) $\dfrac{10^m}{10^{-n}} = 10^{m-(-n)}$; $\dfrac{10^{-m}}{10^n} = 10^{-m-n}$; $\dfrac{10^{-m}}{10^{-n}} = 10^{-m-(-n)}$

d) Les formules vues dans les puissances à exposants positifs sont-ils valables pour les puissances à exposants négatifs ?

J'énonce les propriétés

Recopie et complète :

- 10^{-n} ($n \in \mathbb{N}$) est l'inverse de 10^n soit $10^{-n} = \dfrac{.....}{......^{...}}$
- Pour $n \in \mathbb{Z}$, $p \in \mathbb{Z}$ $10^n \times 10^p = ...^{....+....}$
- Pour $n \in \mathbb{Z}$, $p \in \mathbb{Z}$ $(10^n)^p = ...^{.......}$
- Pour $n \in \mathbb{Z}$, $p \in \mathbb{Z}$ $\dfrac{10^p}{10^q} = ...^{.....-.....}$

C. Ecriture d'un nombre décimal sous la forme a x 10p

J'observe et je découvre

Activité 7 :

1) Est-il vrai que 12,237 = 1223,7 x 0,01 ? 12,237 = 1,2237 x 10 ? 12,237 = 12237 x 0,001 ?
2) Réécris ces égalités en utilisant les puissances de 10
3) Ecris chacun des nombres suivants sous la forme **a x 10^p** où a est un entier et p un entier relatif : 34,5 ; 2,08 ; 0,0032

Un nombre décimal peut se mettre sous la forme **a x 10^p** avec **a** entier, **p** entiers relatifs et **p** ayant la plus grande valeur possible, et on écrit : **a.10^p**

4) Calcule 300 x 101000 , puis écris le résultat sous la forme a.10^p.
Refais le calcul en écrivant d'abord chacun des deux nombres sous la forme a.10^p

J'énonce une formule

5) Recopie et complète :

Soit deux nombres décimaux écrits sous la forme : **a.10^p** et **b.10^q**.
a.10^p x **b.10^q** = (... x ...). $...^{...+...}$

Je contrôle mes connaissances

Activité 5 :

Ecris alors les nombres ci-dessous sous la forme $a.10^p$:

0,000 000 037 ; 300 000 ; 0,0123 ; $\frac{-45}{10000}$; 20 000 000 ; 245 000 ; 0,0053 ; 100,4 ; 0,4 x 0,35 ; $(2 \times 10^{-3})^2$

Exercice 1 :

Complète les pointillés avec une puissance de 10 :

a) 10 x ……….= 10^4 b) 10^2 x …………=1 c) 76 x ……….= 0,076 d) 250 x ……..= 2,5 x 10^3

Exercice 2 :

Ecris sous la forme $a.10^p$:

a) $40 + 5 \times 10^2$ b) $10^3 - 10^2$ c) $12 \times 10^{-3} - 0{,}0004$

Exercice 3 :

Sachant que l'épaisseur d'un billet de 10 000 ariary est de 0,012 cm, calcule la hauteur de la pile de billets de 10 000 ariary correspondants à 500 milliards d'ariary.

Exercice 4 :

Un livre compte 150 feuilles d'épaisseur 0,1mm. Les couvertures sont en papier cartonné de 0,03cm.
On empile 200 livres. Quelle est la hauteur de ce lot ?