NOTION D'APPLICATION DU PLAN

A la fin des activités de cette fiche, **je dois être capable de** :
- énoncer la définition d'une application du plan, des symétries centrale et orthogonale ;
- reconnaître deux points homologues ;
- dresser un tableau de correspondance de symétries centrale ou orthogonale ;
- construire l'image d'un point par une symétrie centrale, par une symétrie orthogonale ;
- dresser un tableau de correspondance à partir de l'énoncé d'un problème ou d'une figure codée ; compléter une figure à partir d'un tableau de correspondance d'une symétrie.

A. Révision

Je contrôle mes connaissances

1. Complète les pointillés :
   a. O est un point fixe et M un point quelconque du plan, nous disons que M' est le symétrique de M par rapport à O si O est ………………………………. de [MM'].
   b. (D) est une droite du plan et M un point quelconque du plan, nous disons que M' est le symétrique de M par rapport à (D) si (D) est …………………………… de [MM']
2. Place un point O et un point M dans le plan et construis le point M' symétrique de M par rapport à O.
3. a) Trace une droite (D). b) Prends un point M dans le plan. c) Construis le point M' symétrique de M par rapport à (D).

B. Notion d'application du plan

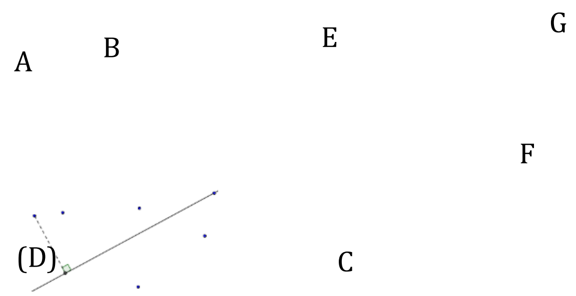
J'observe et je découvre

Activité 1 : *Projection orthogonale*

(D) est une droite donnée du plan.

A est un point de ce plan, le point A' est le pied de la perpendiculaire issue de A à (D).

B ; C ; E ; F ; G sont cinq points du plan tels que G est sur la droite (D).(voir figure ci-dessous).



1) Recopie cette figure dans ton cahier et construis B', C', E', F', G', pieds des perpendiculaires à (D) issues respectivement des points B, C, E, F et G.
2) A chaque point M du plan, peut-on faire correspondre un point M' de (D) qui est le pied de la perpendiculaire à (D) passant par M ? Pourquoi M' existe-t-il ?
3) Existe-t-il des points correspondant à chacun des points B, C, D, E, F, G ?
4) Pour un point donné M, dis combien il y a de droites perpendiculaires à (D) passant par M.
5) Précise combien de points sont associés à un point donné.

<u>Remarques</u> : Cette association des points A, B, C, D, E, F et G aux points A', B', C', D', E', F' et G' de la droite (D) est appelée « projection orthogonale sur (D) ». Nous la noterons « $P_{(D)}$ ». Elle possède les propriétés suivantes :

- A chaque point M du plan, on associe un point M' de ce même plan

- Pour chaque point M, le point M' existe et il est unique.

Nous disons que :

- la projection orthogonale est une « ***application du plan dans lui –même*** ».
- A', B', C', D', E', F' et G' sont les « ***images*** » de A, B, C, D, E, F et G ***par la projection orthogonale***

6. Complète le tableau ci-dessous :

Point	A	B	C	E	F	G
Image du point par $P_{(D)}$						

Ce tableau est appelé « ***tableau de correspondance*** **»** de l'application**.**

Ce tableau peut aussi être présenté comme suit :

$P_{(D)}$	A	B	C	E	F	G

Je note la définition d'une application du plan

*On appelle « **application du plan dans lui-même »*** une correspondance **f** telle que :

- chaque point M du plan a une image M'
- pour chaque point, l'image est unique
- On écrit alors f : M $\rightarrow$ **f** (M) = M'

C. Symétrie centrale et orthogonale

J'observe et je découvre

Activité 2 : ***Symétrie centrale***

1. Place un point O et un point M dans le plan.
2. Complète : « M' est le symétrique de M par rapport à O si ………………………………………………… »
3. Construis le point M' symétrique de M par rapport à O.
4. Le point M' existe-t-il toujours quel que soit le point M ?
5. Le point M' est-il unique pour un point M donné ?
6. La correspondance qui « à chaque point M du plan associe son symétrique M' par rapport à O » est-elle une application ?

   Cette correspondance est appelé « **symétrie centrale** » de centre O.
7. Complète la définition :

   Une « ***symétrie centrale de centre O »*** est une ……………………………… qui à un point M du plan associe le point M' ………………………….. du point M par…………………………… à O. Elle est notée S_O.

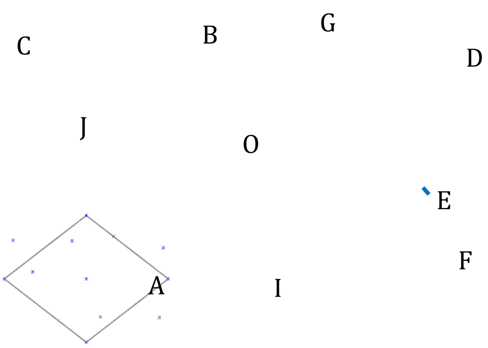
   On a donc : S_O : M $\rightarrow$ S_O(M) = M' tel que O est le milieu de [MM']

Je m'évalue

Activité 3

La figure ci-contre représente un losange de centre O et des points A, B, C, D, E, F, G, J, I tels que O est milieu de [AG], de [CF] et de [BI].

1. Refais la même figure et construis les points K, H et L images respectives de E, J et D par la symétrie centrale de centre O.
2. Dresse le tableau de correspondance de S_O .



J'observe et je découvre :

Activité 4 : ***Symétrie axiale***

1. Trace une droite (Δ) et un point M dans le plan.
2. Complète : « M' est le symétrique de M par rapport à (Δ) si ……………………………………………………… »
3. Construis le point M' symétrique de M par rapport à (Δ).
4. Le point M' existe-t-il toujours quel que soit le point M ? Pourquoi ?
5. Le point M' est-il unique pour un point M donné ? Pourquoi ?
6. La correspondance qui « à chaque point M du plan associe son symétrique M' par rapport à (Δ) » est-elle une application ? Pourquoi ?

   Cette correspondance est appelée « **symétrie axiale** » d'axe (Δ).
7. Complète la définition :

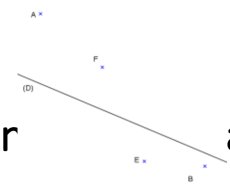
> Une « ***symétrie axiale d'axe*** (Δ) **»** est une ……………………………… qui à un point M du plan associe le point M' ………………………….. du point M par………………………… à (Δ). Elle est notée $S_{(\Delta)}$.
>
> On a donc : $S_{(\Delta)} : M \rightarrow S_{(\Delta)}(M) = M'$ tel que (Δ)est la médiatrice de [MM']

Je m'évalue

Activité 5

1. Construis les points C, G, H et J images respectives de A, F, B et E par la symétrie axiale d'axe (D).

2. Dresse le tableau de correspondance de $S_{(D)}$.



D. Points homologues et points invariar application

J'observe et je découvre

Activité 6

f est une application affine du plan, les points A, B, C, ….. ont pour images respectives A', B', C', …..

1. A quels points correspondent les points A, B, C, … par l'application affine f ?
2. Dresse le tableau de correspondance de f.

> ***« Un point/une figure et son image » sont dits « des points/des figures homologues »***

Activité 7 : ***Points homologues***

1. Complète les phrases :

   « O est milieu de [MM'] » équivaut à « O est ………………… de [M'M] »

   En utilisant la symétrie centrale de centre O, je conclus que **« $S_O(M) = M'$ » équivaut à « $S_O(M') = M$ »**

   Synthèse :

   > Dans une symétrie centrale, les points du plan sont associés deux à deux, de façon réciproque :
   > ***« Si M' est l'image de M par S_O, alors M est l'image de M' par S_O »***
2. Complète les phrases :

   « (Δ) est médiatrice de [MM'] » équivaut à « (Δ) est ………………… de [M'M] »

   En utilisant la symétrie axiale d'axe (Δ), je conclus que **« $S_{(\Delta)}(M) = M'$ » équivaut à « $S_{(\Delta)}(M') = M$ »**

Synthèse :

Dans une symétrie axiale, les points du plan sont associés deux à deux, de façon réciproque :
« Si M' est l'image de M par $S_{(\Delta)}$, alors M est l'image de M' par $S_{(\Delta)}$ »

Activité 8 : ***Points invariants***

1. Complète la phrase :

« Le symétrique du point O par rapport à O est le point …… »

Conclus que : **«Si S_O est la symétrie centrale de centre O, alors $S_O(O) = O$ »**

2. Complète la phrase :

« Si M est un point de (Δ) le symétrique de M par rapport à (Δ) est le point …… »

Conclus que : **« Si M est un point la droite** (Δ), alors **$S_{(\Delta)}$ (M) = M »**

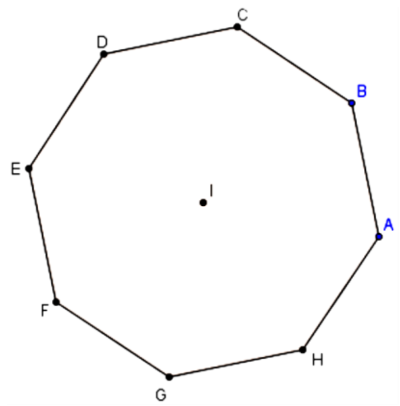
Retiens que :

- *Si* ***un point M a pour image*** *par une application f,* ***le point M lui-même****, on dit que «* ***M est un point invariant par f*** *»*
- *Dans une symétrie centrale de centre O****, le centre O est un point invariant***
- *Dans une symétrie axiale d'axe (Δ),* ***tout point de (Δ) est un point invariant.***

Je m'évalue

Activité 9

La figure ci-contre représente un octogone régulier de centre I.



1. Cite les points homologues dans la symétrie centrale de centre I et dresse le tableau de correspondance
2. Cite les points homologues et les points invariants dans la symétrie d'axe (AE) et dresse le tableau de correspondance
3. Précise la symétrie axiale où les points A et B sont homologues et dresse le tableau de correspondance