Puissance entière d’un nombre entier naturel

A la fin des activités, je dois être capable de (d’) :

- Connaître la notion de puissance
- Effectuer des opérations sur les puissances entières.

Je révise

Vocabulaire :

Deux facteurs

$$6 = 2 \times 3$$

6 est le produit des deux facteurs 2 et 3.

Activité 0 :

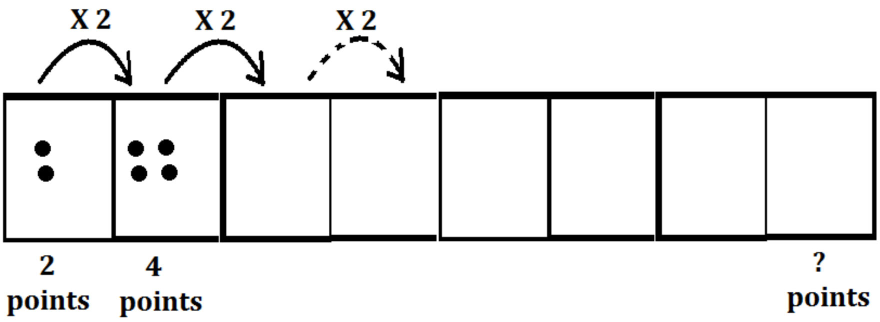
Recopie et complète :

- $2 \times 3 \times 4 =$..............
- $3 \times 2 \times 4 =$..............
- $4 \times 2 \times 3 =$..............

  Dans une multiplication, si on permute (***afamadibadika***) les ...., le produit ne change pas de valeur.

J’observe et je découvre

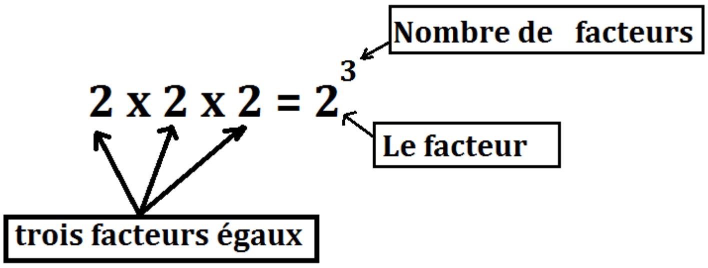
Activité 1 :



1. Recopie et complète :
   - Dans la troisième case, il y a
     $\ldots \times \ldots \times \ldots =$ .... points.
   - Dans la cinquième case, il y a
     $\ldots \times \ldots \times \ldots \times \ldots \times \ldots =$ .... points.
2. Trouve le nombre de points dans la huitième case.
   $\ldots \times \ldots \times \ldots \times \ldots \times \ldots \times \ldots \times \ldots \times \ldots =$ .... points.

J'apprends une nouvelle notation et un nouveau mot

Si un nombre est formé d'un produit de plusieurs facteurs égaux, par exemple $\mathbf{2 \times 2 \times 2}$, on peut utiliser une nouvelle notation $\mathbf{2^3}$.



On a donc $\mathbf{2^3} = \mathbf{2 \times 2 \times 2 = 8}$

On lit $\mathbf{2^3}$ *« deux à la puissance trois » ou « deux exposant trois ».*

*3 est appelé **la puissance** du nombre 2 (ou **l'exposant** du nombre 2)*

Activité 2 :

Recopie est complète :

a. $125 = 5 \times 5 \times 5 =$......... et on lit « .... » ou « .... ».
b. $16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 =$......... et on lit « .... » ou « .... ».
c. .... =............................= 3^3 et on lit « .... » ou « .... ».
d. $36 =$....................=.......... et on lit « .... » ou « .... ».
e. ...... =.......................=........ et on lit « quatre puissance trois » ou « quatre exposant trois ».
f. ...... $= 0 \times 0 \times 0 \times 0 \times 0 =$......... et on lit « zéro puissance cinq » ou « zéro exposant cinq ».

J'énonce la définition

Soient $\boldsymbol{a}$ *un entier naturel et* $\boldsymbol{n}$ *un entier naturel différent de zéro* (non nul).

$\boldsymbol{a}$ puissance $\boldsymbol{n}$ ($\boldsymbol{a}$ exposant $\boldsymbol{n}$) est définie par :

$$\boxed{a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{n\ fois}}$$

<u>Convention</u> (*fifanarahana*) : $\boldsymbol{a^1 = a}$

<u>Cas particuliers</u> :

- $\boldsymbol{a^2}$ se lit « $\boldsymbol{a}$ à la puissance deux » ou « $\boldsymbol{a}$ exposant deux » ou « $\boldsymbol{a}$ au carré ».
- $\boldsymbol{a^3}$ se lit « $\boldsymbol{a}$ à la puissance trois » ou « $\boldsymbol{a}$ exposant trois » ou « $\boldsymbol{a}$ au cube »

J'utilise ma nouvelle connaissance

Activité 3 :

Ecrire les nombres suivants sous forme a^n. Préciser $a \ et \ n$.

Exemple : $\boldsymbol{A = 16 = 4 \times 4 = 4^2}$ *donc* $\boldsymbol{a = 4 \ et \ n = 2}$)

- $B = 81$
- $C = 100$
- $D = 64$
- $E = 121$

Je découvre une première propriété sur la puissance

Activité 4 :

1. Considérons les deux nombres $A = 3^2 \ et \ B = 3^3$.

Recopie et complète :

- $3^2 \times 3^3 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^{\cdots}$
- $5^4 \times 5^3 =$……………………………x………………………$= 5^{\cdots}$
- $11^4 \times 11 =$……………………………………x………..$= 11^{\cdots}$
- $7^3 \times 7^{\cdots\cdots} =$…………………………. x …………………………………… $= 7^6$

J'énonce la propriété

Recopie et complète :

Soit $\boldsymbol{a}$ un entier naturel et $\boldsymbol{n \ et \ m}$ deux entiers naturels différents de zéro.

$$\boldsymbol{a^m \times a^n = a^{\cdots\cdots\cdots\cdots}}$$

2. Recopie et écris tout de suite le résultat sous forme $\boldsymbol{a^n}$
   - $17^3 \times 17^7 =$
   - $29^{12} \times 29^{17} =$
   - $12^{11} \times 12^5 \times 12^4 =$
3. Recopie e complète
   - $5^6 \times 5^{\cdots\cdots} = 5^9$
   - $3^{\cdots\cdots} \times 3^6 = 3^{13}$
   - $23^{14} \times 23^{\cdots\cdots} \times 23^7 = 23^{23}$

Je découvre une deuxième propriété sur la puissance

Activité 5 :

Mettons $A = 2^3 \times 5^3$ sous la formea^n avec $a\ et\ n$ deux entiers strictement positifs.

$A = 2^3 \times 5^3$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5$

On peut permuter les facteurs.(*afaka afamadibadika ireo « facteur ».)*

$= 2 \times 5 \times 2 \times 5 \times 2 \times 5$

$\mathbf{=} \underbrace{\mathbf{2 \times 5}} \mathbf{\times} \underbrace{\mathbf{2 \times 5}} \mathbf{\times} \underbrace{\mathbf{2 \times 5}}$

$= (\mathbf{2 \times 5})^{\mathbf{3}}$

$= \mathbf{10^3}$

$\boldsymbol{Donc\ A = 2^3 \times 5^3 = (2 \times 5)^3 = 10^3}$

Suis cette démarche pour les calculs suivants :
Recopie et complète :

- $B = 4^4 \times 5^4$
  = ...
  = ...
  = ...
  = ...
- $C = 3^3 \times 11^3$
  = ...
  = ...
  = ...
  = ...

J'énonce la propriété

Soient $a\ et\ b$ deux entiers naturels et n un entier naturel strictement positif.

$$\boldsymbol{(a \times b)^n = a^n \times b^n}$$

J'applique mes connaissances

Activité 6 :

Recopie et calcule :

1) $2^2 \times 2^3 \times 2^4 =$
2) $2^3 \times 5^3 =$
3) $4^2 \times 5^2 \times 2^2 =$
4) $(2 \times 5)^3 - 1000 =$
5) $2^2 \times 2^3 - 5^2 =$
6) $3^2 \times 4^2 - 2^2 \times 5^2 =$
7) $2 \times 4^2 - 3^3 - 5 =$
8) $4^2 \times 5^2 - 2^2 \times 10^2 =$