

Fraction irréductible

A la fin des activités, je dois être capable de maîtriser certaines techniques opératoires sur les fractions.

A. Fraction irréductible

Je révise

Activité 0 :

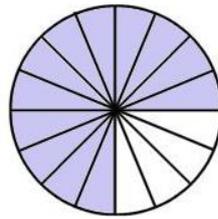
1. Chaque figure représente l'unité.
 - a. Donne la fraction représentant chaque partie ombrée :



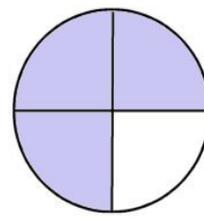
A



B



C



D

- b. Les parties ombrées de A et B représentent-elles la même grandeur ?

Complète : $\frac{4}{6} \dots \frac{2}{3}$

- c. Les parties ombrées de C et D représentent-elles la même grandeur ?

Complète : $\frac{12}{16} \dots \frac{3}{4}$

2. Recopie et complète :

- Les fractions $\frac{2}{3}$ et $\frac{4}{6}$ sont des fractions
- De même, les fractions $\frac{12}{16}$ et $\frac{3}{4}$ sont aussi des fractions
- La fraction $\frac{2}{3}$ est appelée la fraction de $\frac{4}{6}$
- La fraction $\frac{3}{4}$ est appelée la fraction de $\frac{12}{16}$.

$$3. \quad \frac{4}{6} = \frac{2 \times 2}{2 \times 3} = \frac{2}{3} \text{ ou encore } \frac{4}{6} = \frac{4 \div 2}{6 \div 2} = \frac{2}{3}.$$

Dans la pratique, on dispose l'opération comme suit :

$$\frac{\cancel{4}^2}{\cancel{6}^3} = \frac{2}{3}$$

Simplification par 2

où 2 est un diviseur commun de 4 et de 6

4. Simplifie par 7 les fractions suivantes :

- a. $E = \frac{28}{42}$

b. $F = \frac{77}{14}$

J'observe et je découvre

Activité 1 :

Peux-tu simplifier chaque fraction ?

$$A = \frac{15}{12} ; B = \frac{14}{7} ; C = \frac{11}{19}$$

La fraction $C = \frac{11}{19}$ est une fraction dite « **irréductible** ».

J'énonce la définition

Recopie et complète :

Une **fraction irréductible** est une fraction qui ne peut pas être

Activité 2 :

Je contrôle ma connaissance

Parmi les fractions suivantes, encadre celles qui sont irréductibles.

$$\frac{16}{49} ; \frac{35}{56} ; \frac{21}{13} ; \frac{87}{32} ; \frac{6}{75}$$

B. Méthodes pour rendre irréductible une fraction

Je découvre les méthodes pour rendre irréductible une fraction

1. Méthode par divisions successives

Activité 3 :

Soit la fraction, $\frac{72}{60}$

$$\frac{72}{60} = \frac{72 \div 2}{60 \div 2} = \frac{36}{30}$$

$$\frac{36}{30} = \frac{36 \div 2}{30 \div 2} = \frac{18}{15}$$

$$\frac{18}{15} = \frac{18 \div 3}{15 \div 3} = \frac{6}{5}$$

La fraction $\frac{6}{5}$ ne peut plus être simplifiée, donc c'est une fraction irréductible.

La fraction $\frac{72}{60}$ est rendue en une fraction irréductible $\frac{6}{5}$.

Utilise cette méthode pour rendre irréductible la fraction $\frac{105}{30}$.

2. Méthode par décomposition

Activité 4 :

Prenons la fraction $\frac{300}{504}$.

- **Première étape** : Décomposons le numérateur 300 et le dénominateur 504 en produit de facteurs premiers.

$$\begin{array}{r|l}
 300 & 2 \\
 150 & 2 \\
 75 & 3 \\
 25 & 5 \\
 5 & 5 \\
 1 & \\
 \hline
 300 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r|l}
 504 & 2 \\
 252 & 2 \\
 126 & 2 \\
 63 & 3 \\
 21 & 3 \\
 7 & 7 \\
 1 & \\
 \hline
 504 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7
 \end{array}$$

Donc les décompositions en produit de facteurs premiers sont

$$300 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5 \text{ et } 504 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7$$

- **Deuxième étape** : remplacer le numérateur et le dénominateur par leur décomposition.

$$\frac{300}{504} = \frac{2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5}{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7}$$

Rappel : a, b, c, d sont des entiers strictement positifs

$$\frac{a \times b}{c \times d} = \frac{a}{c} \times \frac{b}{d} = a \times \frac{b}{c \times d} = b \times \frac{a}{c \times d}$$

- **Troisième étape** : simplifier les facteurs communs

$$\begin{aligned}
 \frac{300}{504} &= \frac{2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5}{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7} \\
 &= \frac{2}{2} \times \frac{2}{2} \times \frac{3}{3} \times \frac{5 \times 5}{2 \times 3 \times 7} \\
 &= 1 \times 1 \times 1 \times \frac{5 \times 5}{2 \times 3 \times 7} \\
 &= \frac{25}{42}
 \end{aligned}$$

En plus pratique, on peut procéder comme suit :

Manipika "2" iray ambony dia manipika "2" iray ambony
...

$$\begin{aligned}
 \frac{300}{504} &= \frac{\cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{3} \times 5 \times 5}{\cancel{2} \times \cancel{2} \times 2 \times \cancel{3} \times 3 \times 7} \\
 &= \frac{5 \times 5}{2 \times 3 \times 7} \\
 &= \frac{25}{42}
 \end{aligned}$$

Après simplification, la fraction $\frac{300}{504}$ devient $\frac{25}{42}$ qui est une fraction irréductible.

Utilise cette nouvelle méthode pour rendre irréductible la fraction $\frac{112}{280}$.

Je contrôle ma connaissance

Activité 5 :

- 1) Par divisions successives, rends irréductible la fraction $\frac{132}{102}$.
- 2) Par décomposition, rends irréductible la fraction $\frac{54}{270}$.

