Opération sur les fractions

A la fin des activités de cette fiche, je dois être capable de :

- rendre deux fractions au même dénominateur en utilisant éventuellement le PPCM des dénominateurs.
- effectuer des opérations élémentaires sur les fractions.

A. Somme et différence de deux fractions

1. Somme et différence de fractions de même dénominateur

Activité 1 :

1. Recopie et complète

a. $\frac{7}{8} = \frac{\ldots\ldots}{40}$

b. $\frac{2}{5} = \frac{\ldots\ldots}{40}$

2. Colorie et complète les pointillés

$$\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots} + \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots} = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$$

$$\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots} + \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots} = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$$

3. Pour faire l'addition ou la soustraction de deux fractions de même dénominateur, il suffit de faire l'addition ou la soustraction des ……………………………………………….

4. *Si a, b et c sont des entiers relatifs avec c différent de 0, alors :*

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots}{\ldots\ldots} \quad \textbf{et} \quad \frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$$

5.

$$\frac{7}{8} + \frac{2}{5} = \cdots + \cdots = \frac{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots}{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots} = \frac{\ldots}{\ldots}$$

$$\frac{7}{8} - \frac{2}{5} = \cdots - \cdots = \frac{\ldots\ldots\ldots\ldots..}{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots} = \frac{\ldots}{\ldots}$$

J'applique

Activité 2 :

Effectue les opérations suivantes :

a. $\frac{1}{9}+\frac{4}{9}$; $\frac{3}{15}+\frac{5}{15}$; $\frac{13}{17}+\frac{4}{17}$; $\frac{10}{3}+\frac{4}{3}$

b. $\frac{4}{9}-\frac{1}{9}$; $\frac{5}{9}-\frac{3}{9}$; $\frac{13}{17}-\frac{4}{17}$; $\frac{10}{3}-\frac{4}{3}$

2. Somme et différence de fractions de dénominateurs différents

- *Première méthode*

Calculons la somme $\frac{3}{8}+\frac{5}{12}$

On doit rendre au même dénominateur les deux fractions.

On remplace $\frac{3}{8}$ et $\frac{5}{12}$ par deux fractions équivalentes qui ont dénominateurs égaux.

- *Pour la fraction* $\mathbf{\frac{3}{8}}$: on multiplie le dénominateur et le numérateur par 12
- *Pour la fraction* $\mathbf{\frac{5}{12}}$: on multiplie le dénominateur et le numérateur par 8

$$\frac{3}{8}+\frac{5}{12}=\frac{3\times\mathbf{12}}{8\times\mathbf{12}}+\frac{5\times\mathbf{8}}{12\times\mathbf{8}}$$

$$=\frac{\mathbf{36}}{\mathbf{96}}+\frac{\mathbf{40}}{\mathbf{96}}$$

On obtient une addition de deux fractions de même dénominateur

$$\frac{36}{96}+\frac{40}{96}=\frac{36+40}{96}$$

$$=\frac{76}{96}$$

On simplifie pour avoir une fraction irréductible

$$\frac{76}{96}=\frac{\cancel{2\times 2}\times 19}{\cancel{2\times 2}\times 2\times 2\times 2\times 3}$$

$$=\frac{19}{24}$$

On obtient :

$$\mathbf{\frac{3}{8}+\frac{5}{12}=\frac{19}{24}}$$

Formule

Soient **a, b, c et d** des entiers naturels strictement différents de zéro.

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \times d + c \times b}{b \times d} \qquad \frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a \times d - c \times b}{b \times d}$$

Activité 3:

Recopie et calcule:

- $\frac{1}{10} + \frac{3}{4}$
- $\frac{5}{3} - \frac{4}{7}$
- $2 + \frac{3}{2}$
- $1 - \frac{6}{7}$

➢ *Deuxième méthode : utilisation du PPCM*

Calculons la même somme $\frac{3}{8} + \frac{5}{12}$

Pour ne pas simplifier après l'addition, on utilise le PPCM (8 ; 12) comme dénominateur commun.

Décomposition en produit de facteurs premiers de 8 et 12 :

$$8 = 2^3 \text{ et } 12 = 2^2 \times 3, \text{ donc } \text{PPCM}(8;12) = 2^3 \times 3$$

$$\frac{3}{8} + \frac{5}{12} = \frac{3}{2^3} + \frac{5}{2^2 \times 3}$$

➢ *Question* : pour la fraction $\frac{3}{2^3}$: $2^3 \times \ ..?.. \ = 2^3 \times 3$

➢ *Réponse* : le nombre à chercher est 3

On multiplie le numérateur et le dénominateur de $\frac{3}{2^3}$ par 3 :

$$\frac{3}{8} = \frac{3}{2^3} = \frac{3 \times 3}{2^3 \times 3}$$

➢ *Question* : pour la fraction $\frac{5}{2^2 \times 3}$: $2^2 \times 3 \times \ ..?.. \ = 2^3 \times 3$

➢ *Réponse* : le nombre à chercher est 2 car $2^2 \times 3 \times \mathbf{2} = \mathbf{2^2 \times 2 \times 3 = 2^3 \times 3}$

On multiplie le numérateur et le dénominateur de $\frac{5}{2^2 \times 3}$ par 2 :

$$\frac{5}{12} = \frac{5}{2^2 \times 3} = \frac{5 \times 2}{2^2 \times 3 \times 2} = \frac{5 \times 2}{2^3 \times 3}$$

On a alors :

$$\frac{3}{8}+\frac{5}{12}=\frac{3\times 3}{2^3\times 3}+\frac{5\times 2}{2^3\times 3}=\frac{9}{24}+\frac{10}{24}=\frac{19}{24}$$

On obtient : $\boldsymbol{\frac{3}{8}+\frac{5}{12}=\frac{19}{24}}$

Activité 4 :

En utilisant le PPCM, calcule :

1. $\frac{1}{16}+\frac{3}{20}=$

2. $\frac{11}{12}-\frac{9}{10}=$
3. $\frac{5}{72}-\frac{7}{108}=$

B. Produit de deux fractions

Je découvre une autre propriété

Activité 5 : Produit de fractions représentant l'aire d'un rectangle

1. Construis un carré ABCD de côté mesurant 1.
2. Marque un point G sur [AB] tel que $AG = \frac{2}{3}$ AB
3. Marque un point R sur [AD] tel que AR = $\frac{4}{5}$ AD
4. Construis le rectangle AGIR et colorie.

5. Quelle fraction représente le rectangle AGIR par rapport au carré ABCD ?
6. Vérifie que l'aire de AGIR = $\frac{2}{3}$ x $\frac{4}{5}$ de l'aire de ABCD.
7. Déduire que : $\frac{2}{3}$ x $\frac{4}{5}$ = $\frac{2\times 4}{3\times 5}$

J'énonce une autre propriété

8. Recopie et complète :

$\mathbf{Si\ a, b, c\ , d\ sont\ des\ entiers\ relatifs\ avec\ b\ et\ d\ différents\ de\ 0, alors :}\ \frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{b}}\times\frac{\boldsymbol{c}}{\boldsymbol{d}}=\frac{\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{c}}{\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{d}}$

Je m'applique

Activité 6:

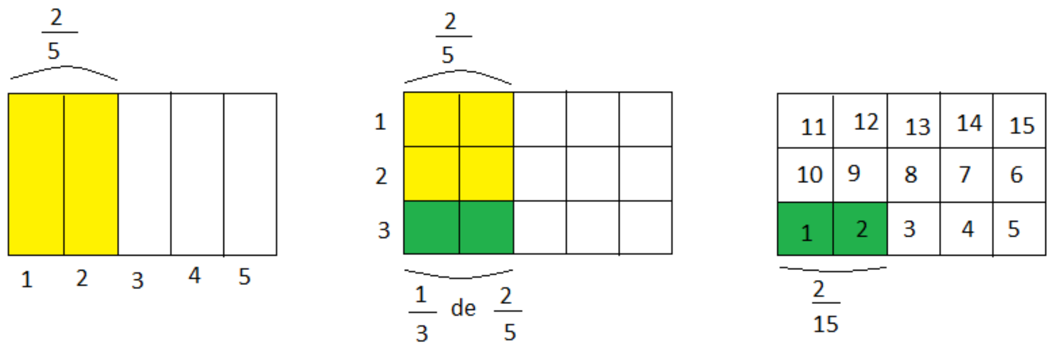
Calcule les expressions suivantes en donnant les résultats sous forme de fractions simplifiées :

A = $7\times\frac{2}{5}$ B = $\frac{3}{7}$ x $\frac{2}{3}$ C = $\frac{1}{5}$ x $\frac{4}{5}$ D = $\frac{4}{5}$ x $\frac{4}{8}$ E = $\frac{3}{6}$ x $\frac{1}{2}$ x $\frac{2}{4}$

Activité 7 : Produit de deux fractions représentant la fraction d'une fraction

Exemple : Que représente le $\frac{1}{3}$ de $\frac{2}{5}$?

- ***Méthode graphique :***



D'après la représentation ci-dessus : le $\frac{1}{3}$ de $\frac{2}{5}$ est égal à $\frac{2}{15}$,

c'est-à-dire : $\boxed{\frac{1}{3} \text{ de } \frac{2}{5} = \frac{1}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{2}{15}}$

Activité 8 :

1. Rabe possède un terrain de 4 000 m^2 qui est occupé aux $\frac{3}{4}$ par de la rizière et le reste par des arbres. Il a décidé que les $\frac{5}{8}$ de la rizière seraient réservés à la culture d'oignon.

   a) Calcule P l'aire de la rizière, puis E celle de la culture d'oignon?

   b) Quelle fraction du terrain de Rabe représente la culture d'oignon?