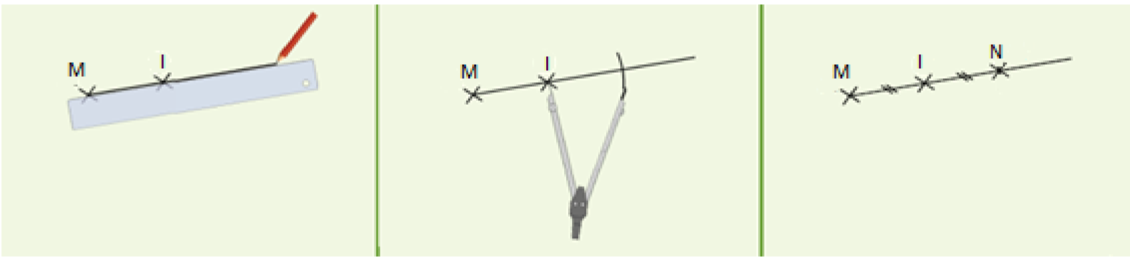
Figures symétriques par rapport a un point

Activité 1 :

A. Points symétriques par rapport à un point donné

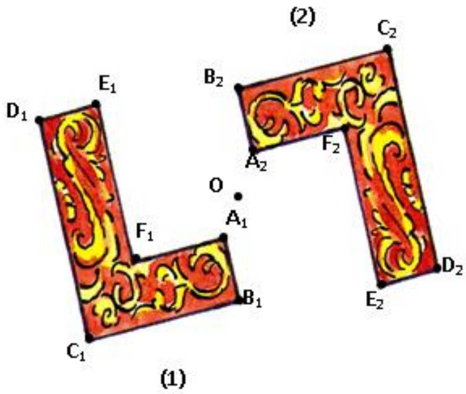


- Les points M, I, N sont ***alignés*** et MI = **IN**.
- Le point I est le **milieu** du segment **[MN]**
- M est la symétrie de N par rapport à I, N est ***le symétrique*** de M par rapport à I.
  On dit aussi que : M et N sont **symétriques** par rapport à **I**
- Le symétrique du point I par rapport à I est le point **I**

« Le symétrique d'un point M par rapport à un point I est le point N tel que le point I est le **milieu** du segment [MN] ».
« Seul le point I a pour symétrique le point **I** lui-même».

B. Autre définition de la symétrie

Activité 2 :



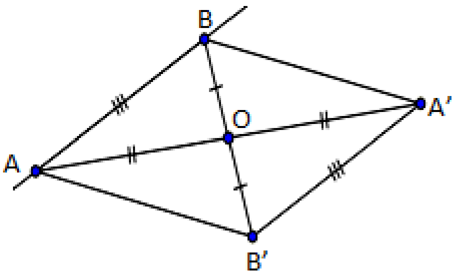
1. Les points : A_2, B_2, C_2, D_2, E_2, F_2 sont les symétriques respectifs des points A_1, B_1, C_1, D_1, E_1, F_1 par rapport au point O.
2. La lettre L(2) est le symétrique de la lettre L(1) par rapport à O.
3. a- O est le milieu du segment $[A_1A_2]$
   b- mes $\widehat{A_1OA_2}$= 180° (angle plat). Cet angle représente un demi-tour autour du point O.
   c- Pour amener le point A_1 sur A_2, on doit lui faire faire un demi-tour autour du point O.
   d- En faisant un demi-tour autour du point O, on amène : B_1 en B_2, C_1 en C_2, D_1 en D_2, E_1 en E_2, F_1 en F_2

Le symétrique d'un point M ou d'une figure (F) par rapport à un point fixe O est obtenu en faisant tourner ce point ou cette figure d'un **demi-tour** autour du point O.

C. La symétrique d’une droite par rapport à un point

Activité 3 :

1.



2. AB = A’B’ et BA’ = B’A.
   Le quadrilatère ABA’B’ est u

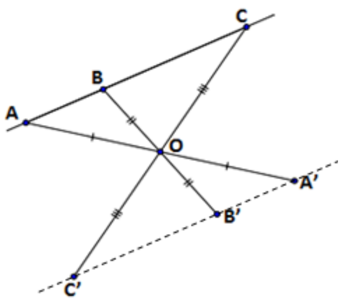
Activité 4 :

1) Le point O est le point d’intersection des diagonales [AA’] et [BB’] du quadrilatère ABA’B’
2) A’ est le symétrique de A par rapport à O donc AO = OA’, de même B’ est le symétrique de B par rapport à O donc BO = OB’. Donc, les diagonales [AA’] et [BB’] se coupent en leur milieu O.
3) Les diagonales du quadrilatère ABA’B’ se coupent en leur milieu donc ABA’B’ est un parallélogramme.
4) Les droites (AB) et (A’B’) sont parallèles avec AB = A’B’

« Si A’ et B’ sont les symétriques des points A et B par rapport un point O, alors : (AB) ***//*** *(A’B’) et AB =* ***A’B’*** *»*

D. Les symétriques de trois points alignés par rapport à un point

Activité 5 :



Les points A’, B’ et C’ sont alignés (vérification sur la figure)

Activité 6 :

1. Les points A, B et C sont alignés donc (AB)//(AC)

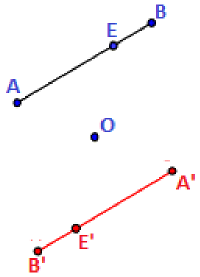
2. (A’B’) et la symétrique de (AB) par rapport à O et (A’C’) et la symétrique de (AC) par rapport à O, donc (AB)// (A’B’) et (AC)//(A’C’). Or (AB)//(AC) donc (AB)//(A’B’) // (AC)//(A’C’).
   En particulier : (A’B’) // (A’C’). Donc A’, B’ et C’ sont alignés.
3. Les symétriques des points alignés sont des points alignés

« Les symétriques des points alignés sont des points ***alignés*** *».*

E. Le symétrique d’un segment par rapport à un point

Activité 7:

1- 2- 3- a. b. c. voir figure



4- Tous les symétriques par rapport à O des points appartenant au segment [AB] appartiennent à [A’B’] d’où le symétrique du segment [AB] par rapport à O est le segment [A’B’].

ABA’B’ est un parallélogramme alors AB= A’B’.

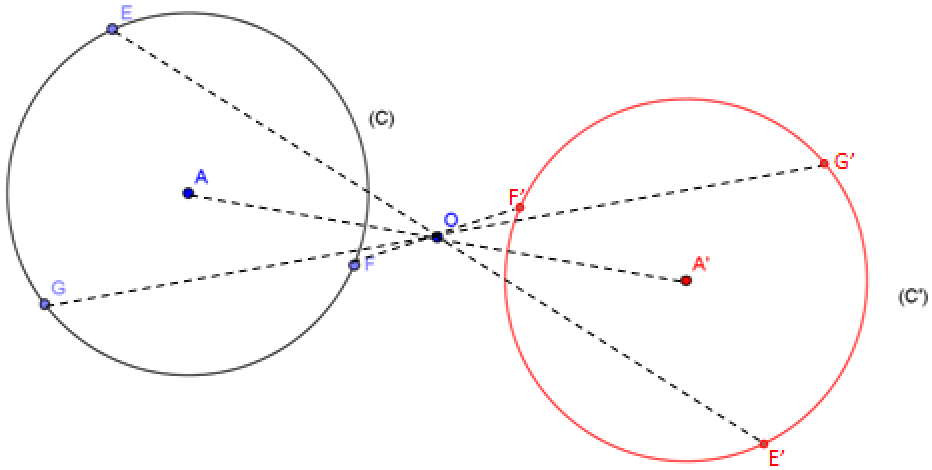
5- La symétrique de [BA) par rapport à O est [B’A’) et la symétrique la droite (AB) par rapport à O est la droite (A’B’).

*« Deux segments symétriques sont **parallèles** et ont la même **longueur** ».*

F. Le symétrique d’un cercle par rapport à un point

Activité 8:

1- et 2- voir figure



3- D’après la propriété précédente, deux segments symétriques ont même longueur.
Comme [A’E’] , [A’F’] et [A’G’] sont les symétriques de [AE], [AF] et [AG], on a :
AE = A’E’, AG = A’G’ et AF = A’F’.

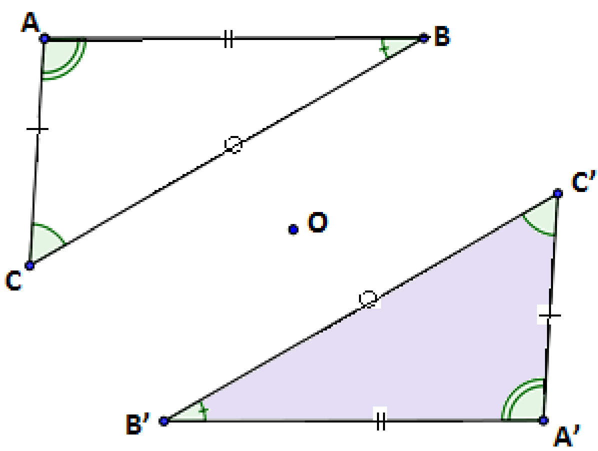
4- Le symétrique du cercle (C) de centre A et de rayon 3 cm est un cercle (C’) de centre A’ et de rayon 3 cm

« Le symétrique d’un cercle (C) de centre I et de rayon r par rapport à un point est un **cercle** de même **rayon** et de centre I’ **symétrique** du point **I** par rapport au point 0. »

G. Le symétrique d’un angle par rapport à un point

Activité 9:

1- et 2-



3- La symétrie de [AB] par rapport à O est [A’B’] avec AB = A’B’,
la symétrie de [BC] par rapport à O est [B’C’] avec BC = B’C’,
la symétrie de [AC] par rapport à O est [A’C’] avec AC = A’C’.

Donc le triangle ABC et le triangle A’B’C’ sont superposables

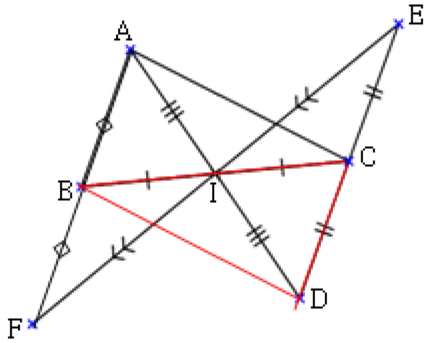
4- mes $\hat{A}$ = mes $\hat{A}'$; mes $\hat{B}$ =mes $\hat{B}'$; mes $\hat{C}$ =mes $\hat{C}'$.

« Le symétrique d’un angle est un angle de même mesure».

Activité10:

ABC est un triangle et I est le milieu de [BC].

1. voir figure



2. Prouvons que B est milieu de [AF] :

- I milieu de [BC], donc ***B est symétrique de C par rapport à I,***
- D est symétrique de A par rapport à I, donc ***A est symétrique de D par rapport à I***
- ***F est symétrique de E par rapport à I*** par hypothèse.
  Donc A, B, F sont symétriques de D, C, E par rapport à I.
- Comme E est symétrique de D par rapport à C, C est milieu de [DE],
  c'est-à-dire D, C, E alignés et DC = CE. Leurs symétriques A, B, F sont donc alignés et AB = DC ; BF = CE ce qui entraîne que AB = DC = CE = BF.

A, B, F alignés et AB = BF, donc B est milieu de [AF]

3. Les droites (AF) et (DE) sont symétriques par rapport à I, donc elles sont parallèles.
   En particulier, on a : (AB)//(CE) et (BF)//(DC), mais AB = CE et BF = DC.
   Donc ABCE et BCDF sont des parallélogrammes.
   Par conséquent, (AE)//(BC) et (BC)//(FD), d'où (AE)//(BC)//(FD).
4. D, C, B sont les symétriques respectifs de A, B et C par rapport à I, donc :
   le symétrique du triangle ABC par rapport à I est le triangle DCB.