INTERVALLES

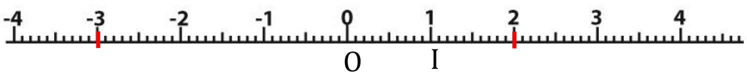
A la fin des activités de cette fiche, je dois être capable de (*d')* :
- représenter sur une droite graduée un intervalle donné
- reconnaître si un nombre réel appartient ou non à un intervalle donné
- représenter sur une droite graduée l'intersection et la réunion de deux intervalles donnés
- écrire un sous ensemble de R en utilisant des intervalles

A. Intervalles

J'observe et je découvre

Activité 1

Voici une droite (D) munie d'un repère (O, I) tel que les points de cette droite représentent les nombres réels (ensemble $\mathbb{R}$).



1- Colorie en rouge l'ensemble des points dont l'abscisse est un nombre plus petit que –3.
2- Colorie en bleu l'ensemble des points dont l'abscisse est un nombre plus grand que 2.
3- Trace en vert l'ensemble des points non coloriés.
4- « x » désigne l'abscisse d'un point quelconque de la droite.

a- Parmi les relations suivantes, trouve celle qui caractérise :
l'ensemble tracé en rouge, l'ensemble tracé en bleu et l'ensemble tracé en vert.

$x > 2$ $\quad -3 \leq x \leq 2$ $\quad x < -3$

b- Prends deux points quelconques d'abscisses y et z dans la partie coloriée en rouge et un autre point d'abscisse t compris entre y et z.
Dans quelle partie se trouve le point d'abscisse t ? Nous disons que la partie colorée en rouge représente un intervalle.

J'énonce la définition

c- Complète:

Une partie P de $\mathbb{R}$ est un intervalle si tout nombre compris entre deux nombres dans P est aussi un ………………… de P.

Je contrôle mes connaissances

d- La partie colorée en vert représente-t-elle un intervalle ? Et la partie colorée en bleu ?

e- Dire parmi les relations suivantes celles qui définissent des intervalles de

$\mathbb{R}$: $x \geq 2$; $-6 \leq x \leq 0$; $x < 4$; $x \in \{-1\,;\,0\,;\,1{,}5\,;\,\frac{1}{4}\}$; $2 < x \leq 6$; $-1 \leq x < 5$.

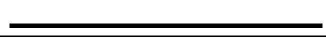
Bornes d'un intervalle et notation

Activité 2

1- La plus petite valeur qui délimite un intervalle (lorsqu'elle existe) est dite « **borne inférieure** » de l'intervalle.
De même, la plus grande valeur qui délimite un intervalle (lorsqu'elle existe) est dite « **borne supérieure** » de l'intervalle.
Lorsque les relations de la question de l'activité 4.e- ci-dessus définissent un intervalle, donne (lorsqu'elles existent) les bornes inférieure et supérieure de l'intervalle.

Les notations et vocabulaires à retenir : les différents types d'intervalles

2- Recopie et complète (observe bien l'orientation des crochets et la représentation de l'intervalle lorsque la borne appartient ou n'appartient pas à l'intervalle) :

Ecriture de l'intervalle	Lecture	Ensemble des « x » tels que :	Représentation
] ← ; →[	L'ensemble ℝ de tous les nombres réels	-	
]a ; →[	Intervalle des nombres plus grands que « a »	x > a	
[a ; →[	Intervalle des nombres supérieurs ou égaux à « a »	x ≥ a	
]← ; b[	Intervalle des nombres plus petit que « b »	x < b	
]← ; b]	Intervalle des nombres inférieurs ou égaux à « b »	x ≤ b	
[a ; b]	Intervalle fermé « a, b »		
[a ; b[	Intervalle « a, b », fermé en « a », ouvert en « b »		
]a ; b]	Intervalle « a, b », ouvert en « a », fermé en « b »		
]a ; b[	Intervalle ouvert « a, b »		

Je contrôle mes connaissances

Exercice 1 :

1- Représente sur une droite graduée les intervalles suivants :

$$]-3\,;1[\quad ;\quad [-2\,;4]\quad ;\quad]5\,;\rightarrow[\quad ;\quad]\leftarrow;-2]\quad ;\quad [-4\,;-1[$$

2- Ecris sous forme d'intervalle chacun des ensembles de nombres définis suivants :

$$x\ \leq -2\ \ ;\ \ x\ >\ 3\ \ ;\ \ -4\ <\ x\ <\ 6\ \ ;\ \ -2\ \leq\ x\ <\ 2\ \ ;\ \ x\ \geq\ 5$$

3- Traduis à l'aide d'inégalité :

$$x \in]\,0\,;\ \rightarrow[\quad ;\quad x \in]-4\,;5\,[\quad ;\quad x \in [-2\,;\ \rightarrow[\quad ;\quad x \in [-10\,;\ 10\,]$$

B. *Intersection et réunion d'intervalles*

J'observe et je découvre

Activité 3

On donne les deux ensembles suivants :

$$A = \{1\ ;\ 2\ ;\ 3\ ;\ 4\}$$
$$B = \{3\ ;\ 4\ ;\ 5\ ;\ 6\}$$

1- Quel est l'ensemble des nombres qui se trouvent à la fois dans l'ensemble A et dans l'ensemble B.

On appelle cet ensemble **l'intersection des ensembles A et B**.

Recopie et complète :

- *« L'…………………………… des ensembles A et B est l'ensemble des éléments appartenant à la fois à A et à B ».*
- *On note : $A \cap B$ et on lit « A inter B ».*
- *$x \in A \cap B$ équivaut à « $x \in A$ et $x \in B$ ».*

2- Donne l'ensemble de tous les nombres figurant dans A ou dans B.

On appelle cet ensemble **la réunion des ensembles A et B.**

Recopie et complète :

- *« La ……………………… des ensembles A et B est l'ensemble des éléments appartenant à A ou à B, ».*
- *On note: $A \cup B$ et on lit « A union B ».*
- *$x \in A \cup B$ équivaut à « $x \in A$ ou $x \in B$ ».*

Activité 4

Voici quelques représentations graphiques :

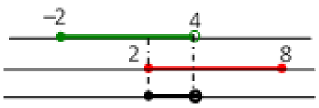


Fig 1

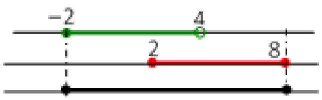


Fig 2

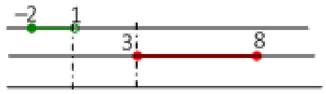


Fig 3

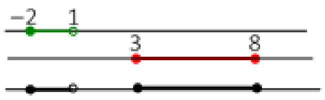


Fig 4

1- Dans la figure 1, quels intervalles représentent la partie colorée en vert et la partie colorée en rouge ?

Que représente la partie colorée en noir et en gras dans la figure 1 ?

Complète : $[-2\ ;4\,[\ \cap\ [\,2\ ;8\,] =$ … ; …

Que représente la partie colorée en noir et en gras dans la figure 2 ?

Complète : $[-2\ ;4\,[\ \cup\ [\,2\ ;8\,] =$ … ; …

2- Dans la figure 3, les deux intervalles ont-ils un élément commun ?

Quelle est leur intersection ?

Nous disons que les deux intervalles sont « disjoints ».

3- En considérant la figure 4, peux-tu écrire la réunion des deux intervalles sous la forme d'un intervalle ?

Recopie et complète :

Lorsque deux intervalles n'ont pas d'……………………… commun, leur intersection est vide.
On dit qu'ils sont ………………………….
*L'intersection de deux intervalles est soit **vide**, soit un…………………… .*
La réunion de deux intervalles n'est pas toujours un ………………………….
Lorsque les deux intervalles ont un point commun,
la réunion de deux intervalles est un…………………………….

Je contrôle mes connaissances

Activité 5

Représente sur une droite graduée et écris plus simplement :

$$]\leftarrow ; 11[\cup]-8 ; \rightarrow[\quad ; \quad [-3 ; \rightarrow[\cap]-5 ; 2] \quad ; \quad]-8 ; 1] \cup]1 ; 5[\quad ; \quad [1 ; 8] \cap [1 ; 2[$$