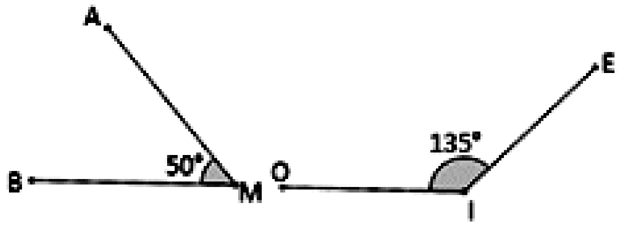
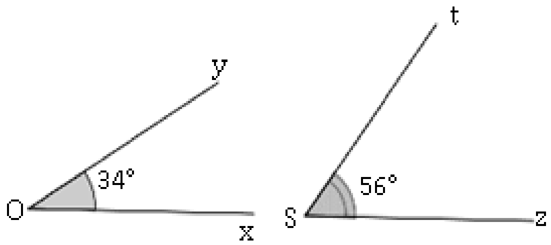
Angles

Activité 1 :



A. Angles complémentaires

Activité 2 :

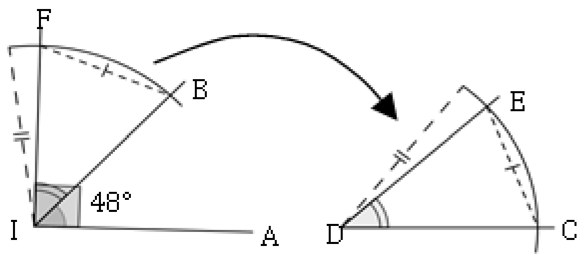


1. mes($\widehat{xOy}$) = 34° et mes($\widehat{zSt}$) = 56°
2. mes($\widehat{xOy}$) + mes($\widehat{zSt}$) = 34° + 56° = 90°

Deux angles sont **complémentaires** si *la somme* de leurs mesures est égale à **90°**

Activité 3 :

1. mes $\hat{A}$ = 47° et l'angle $\hat{B}$ est complémentaire à l'angle $\hat{A}$ alors mes $\hat{A}$ + mes $\hat{B}$ = 90°
   c'est-à-dire : 47° + mes $\hat{B}$ = 90°, donc :
   mes $\hat{B}$ = 90°-47° = 43°
2. Quand $\widehat{AIB}$ est construit, on trace [IF]⊥[AI]. L'angle $\widehat{BIF}$est un angle complémentaire à $\widehat{AIB}$.
3. Avec le compas et la règle , on construit un angle $\widehat{CDE}$ de même mesure que $\widehat{BIF}$ (voir figure ci-dessous)



4. $\widehat{AIB}$ et $\widehat{CDE}$ sont deux angles complémentaires.

B. Angles supplémentaires

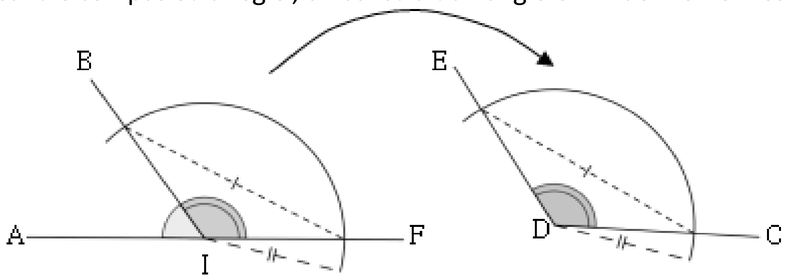
Activité 4 :

1. mes($\widehat{xOy}$) = 87° et mes ($\widehat{zSt}$)= 93°
2. mes($\widehat{xOy}$) + mes ($\widehat{zSt}$) = 87°+93° = 180°

On dit que deux angles sont **supplémentaires** si *la somme* de leurs mesures est égale à 180°

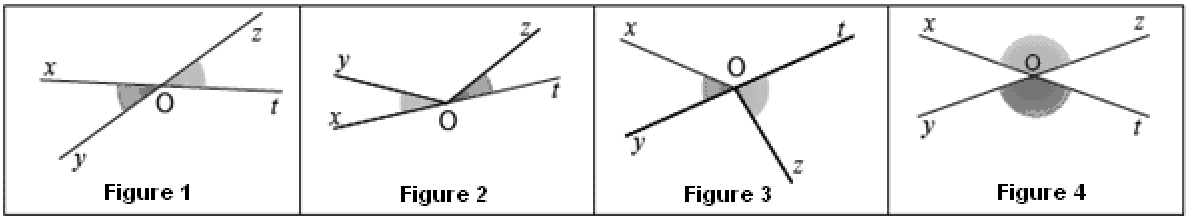
Activité 5 :

1. mes $\hat{A}$ = 69° et $\hat{B}$ est l'angle supplémentaire à l'angle $\hat{A}$ donc mes $\hat{A}$ + mes $\hat{B}$ = 180°,
   C'est-à-dire
   69°+ mes $\hat{B}$ = 180° d'où
   mes $\hat{B}$ = 180°- 69°=111°
2. Quand $\widehat{AIB}$ est construit, on prolonge [AI] par [IF). L'angle $\widehat{BIF}$est un angle supplémentaire à $\widehat{AIB}$. En utilisant le compas et la règle , on construit un angle $\widehat{CDE}$ de même mesure que $\widehat{BIF}$ (voir figure ci-dessous)



C. Angles opposés par le sommet

Activité 6 :



1. -[Ot) est la demi-droite opposée à [Ox).
   -[Oz) est la demi-droite opposée à [Oy).
   Les côtés de l'angle $\widehat{xOy}$ sont [Ox) et [Oy) et les côtés de l'angle $\widehat{tOz}$ sont [Ot) et [Oz).
   Définition :
   Deux angles sont **opposés par le sommet** si les côtés de l'un sont les demi-droites **opposées** aux côtés de l'autre.
2. En observant la figure 1,

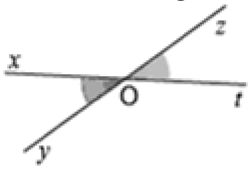


Figure 1

mes $\widehat{xOt}$= mes $\widehat{xOy}$+ **mes** $\widehat{yOt}$= **180°**

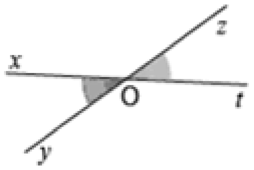
mes $\widehat{yOz}$=**mes** $\widehat{yOt}$+ mes $\widehat{tOz}$= **180°.**

mes $\widehat{xOy}$=mes $\widehat{tOz}$ (deux angles opposés par le sommet)

Deux angles **opposés par le sommet** ont même **mesure**

Activité 7 :

L'angle $\widehat{zOt}$ et l'angle $\widehat{xOy}$ sont opposés par le sommet donc ils ont même mesure.
mes $\widehat{zOt}$ = mes $\widehat{xOy}$ = 30°



D. Angles définis par deux droites et une sécante commune

Activité 1 ***:***

1. a. et b.

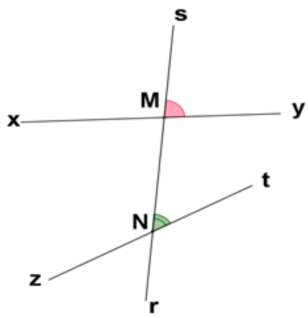


Figure 1

2. Les autres couples d'angles correspondants définis par les droites (xy) et (zt) avec la sécante (rs) sont : $\widehat{xMs}\ et\ \widehat{zNs}; \widehat{xMr}\ et\ \widehat{zNr};\ \widehat{yMs}\ et\ \widehat{tNs};\ \widehat{yMr}\ et\ \widehat{tNr}$.

3.

   a. Les angles **internes** sont: $\widehat{zNs}; \widehat{xMr}; \widehat{tNs}; \widehat{yMr}$

   b. Les angles **externes** sont: $\widehat{zNr}; \widehat{xMs}; \widehat{tNr}; \widehat{yMs}$

4.

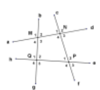
   a. Les couples d'angles alternes sont : $\widehat{xMr}\ et\ \widehat{tNs};\ \widehat{zNs}\ et\ \widehat{yMr};\ \widehat{zNr}\ et\ \widehat{yMr}$

   b. Les angles **« alternes internes »** sont : $\widehat{xMr}\ et\ \widehat{tNs}$; $\widehat{zNs}\ et\ \widehat{yMr}$

   c. Les angles **« alternes externes »** sont **:** $\widehat{xMs}\ et\ \widehat{tNr}$; $\widehat{yMs}\ et\ \widehat{zNr}$

Activité 2 :

Sur la figure de droite :



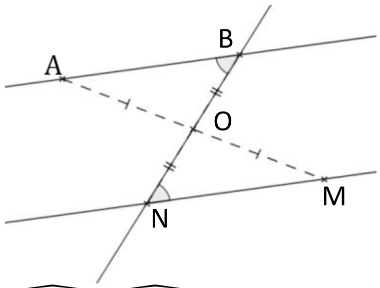
1. $\widehat{P_3}\ et\ \widehat{Q_3};\ \widehat{Q_4}\ et\ \widehat{P_4};\ \widehat{Q_1}\ et\ \widehat{P_1}\ ;\ \widehat{P_2}\ et\ \widehat{Q_2}$ sont les couples d'angles correspondants définis par les droites (cf) et (bg) avec la sécante (he).

2. Les couples d'angles alternes internes définis par les droites (ad) et (he) avec la sécante (cf) sont : $\widehat{N_4}$ et $\widehat{P_2}$; $\widehat{P_1}$ et $\widehat{N_3}$
3. a. Pour les droites (ad) et (he) et la sécante (bg), l'angle correspondant à $\widehat{M_1}$ est $\widehat{Q_1}$.
   b. Pour les droites (bg) et (cf) et la sécante (ad), l'angle correspondant à $\widehat{M_1}$ est $\widehat{N_1}$.
4. a. Pour les droites (ad) et (he) et la sécante (bg), l'angle alterne interne à $\widehat{Q_2}$ est $\widehat{M_4}$.
   b. Pour les droites (bg) et (cf) et la sécante (he), l'angle alterne interne à $\widehat{Q_2}$ est $\widehat{P_4}$

E. Angles définis par deux droites parallèles et une sécante commune

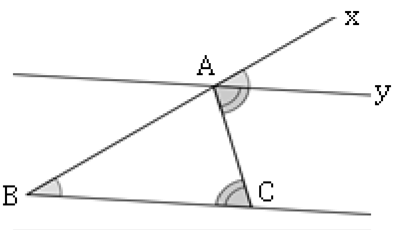
Activité 3 :

1.
   a. Le symétrique de la droite (AB) par rapport à O est la droite (MN)
   Les droites (AB) et (MN) sont parallèles.
   b. Le symétrique de l'angle $\widehat{ABN}$ par rapport à O est l'angle $\widehat{MNB}$.
   mes $\widehat{ABN}$ = mes $\widehat{MNB}$.car la symétrie par rapport à un point conserve les mesures d'angle.



2. Si on considère les droites (AB) et (NM) et la sécante (BN), les angles $\widehat{ABN}$ et $\widehat{MNB}$ sont alternes internes.
3. « Si deux angles alternes-internes sont déterminés par des droites **parallèles** alors ils **ont même mesure** ».
   L'angle opposé par le sommet à $\widehat{MNB}$ est l'angle correspondant à l'angle $\widehat{ABN}$
   « Si deux angles correspondants sont déterminés par des droites **parallèles** alors ils ont **même mesure** ».

Activité 4 :



En considérant les droites parallèles (BC) et (Ay) et la sécante (Bx), on a : mes $\widehat{CBA}$ = mes $\widehat{yAx}$ (angles correspondants).

En considérant les droites parallèles (BC) et (Ay) et la sécante (AC), on a : mes $\widehat{CBA}$= mes $\widehat{cAy}$ (angles alternes internes).

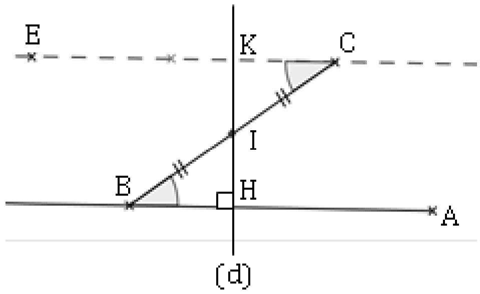
Donc : $mes\ \widehat{BAC} + mes\ \widehat{ACB} + mes\ \widehat{CBA} = mes\ \widehat{BAC} + mes\ \widehat{CAy} + mes\ \widehat{yAx} = mes\ \widehat{BAx} = 180°$

La somme des mesures des angles du triangle ABC est donc égale à 180°.

F. Droites formant des angles alternes internes de même mesure avec une sécante

Activité 5 :

1. et 2.



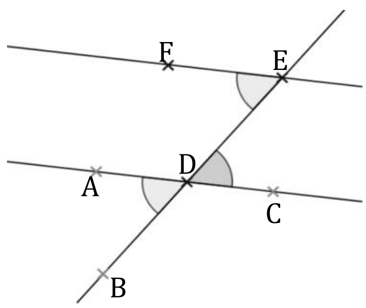
3. a. Les angles $\widehat{BIH}$ et $\widehat{CIK}$ sont opposés par le sommet, donc mes $\widehat{BIH}$ = mes $\widehat{CIK}$
   b.

On sait que la somme des angles d'un triangle est égal à 180°.
Dans le triangle BIH : mes $\widehat{BIH}$+ mes $\widehat{IBH}$+ mes $\widehat{BHI}$ = 180° :
Dans le triangle CIK : mes $\widehat{CIK}$+ mes $\widehat{ICK}$+ mes $\widehat{CKI}$= 180°
mais : mes$\widehat{BIH}$= mes $\widehat{CIK}$ (angles opposés par le sommet)
et mes $\widehat{IBH}$= mes $\widehat{ICK}$ car mes $\widehat{ABC}$= mes $\widehat{BCE}$
Donc mes $\widehat{BHI}$= mes $\widehat{CKI}$ = 90°, et (IK) ⊥ (CE), c'est-à-dire (CE) ⊥ (d).
Comme (AB) ⊥ (d) et (CE) ⊥ (d), on a donc : (AB)//(CE)

4. Si **les angles alternes internes** déterminés par deux droites avec une sécante ont **même mesure**, alors **les deux droites sont parallèles**

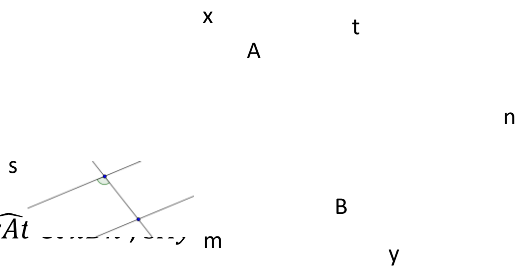
G. Droites formant des angles correspondants de même mesure avec une sécante

Activité 6:



1. mes $\widehat{ADB}$= mes $\widehat{CDE}$ car les deux angles sont opposés par le sommet.
2. Comme mes $\widehat{CDE}$ = mes $\widehat{FED}$, les angles alternes déterminés par (AC) et (FE) avec la sécante (ED) ont même mesure.
   Donc les droites (AC) et (FE) sont parallèles.
3. Si **les angles correspondants** déterminés par deux droites avec une sécante ont **même mesure**, alors **les deux droites sont parallèles.**

Activité 7 :



1.
   - les paires d'angles opposés par le sommet sont :
     $\widehat{xAs}$ et $\widehat{tAy}$; $\widehat{xAt}$ et $\widehat{sAy}$; $\widehat{mBx}$ et $\widehat{yBn}$; $\widehat{xBn}$ et $\widehat{mBy}$
   - les paires d'angles alternes internes sont :
     $\widehat{sAy}$ et $\widehat{xBn}$; $\widehat{tAy}$ et $\widehat{mBx}$
   - les paires d'angles correspondants sont : $\widehat{xAs}$ et $\widehat{xBm}$; $\widehat{xAt}$
     et $\widehat{mBy}$; $\widehat{tAy}$ et $\widehat{nBy}$
2. Les angles de mesure 100° sont :; $\widehat{mBy}$; $\widehat{xAt}$; $\widehat{xBn}$; $\widehat{sAy}$
   Les angles de mesure 80° sont :$\widehat{xAs}$; $\widehat{tAy}$; $\widehat{mBx}$; $\widehat{yBn}$