TENY FANOLORANA

Ry zandry, zanaka isany,

Avy nandalo vanim-potoana sarotra ny firenena, ny tokantrano tsirairay avy, indrindra fa ny sehatry ny fanabeazana noho ny valanaretina COVID-19. Tsy mitsahatra mitady vahaolana ny Minisiteran'ny Fanabeazam-pirenena, entina hanampiana ny ankizy ho fanamafisana sy manatsara ireo fahalalàna izay efa norantovinareo tany an-dakilasy.

Manolotra anareo ity boky ity àry ho entinareo mampiana-tena sy mifampianatra koa. Tari-dalana ihany izy ity. Azo atao tsara anefa ny manitatra sy mampihatra izay voarakitra ao amin'ny lesona ankoatra izay efa voatolotra.

Ahitanareo taranja «Problème» ity boky ity. Ampiasao araka ny tokony ho izy àry izy ity satria hahafahanareo :

- mianatra na mamerin-desona,
- manao fampiharana na fanazarana maro isankarazany,
- mahita sahady ihany koa ny valin'ny fanazarana ao.

Anisan'ny fanamby izay napetraka ny famatsiana fitaovana ho entinareo beazina mampivelatra ny fari-pahalalanareo. Miandrandra vokatra tsara avy aminareo àry amin'ny alalan'ny fampiasana ity boky ity. Ho lohalaharana hatrany ianareo ka hamiratra n'aiza n'aiza ary na inona na inona ataonareo.

Tolorana fankasitrahana ireo rehetra niara-nisalahy, nitoto nahafotsy, nahandro nahamasaka izao fitaovana izao. Tao ny mpiara-miombon'antoka, ireo rehetra nandray anjara mivantana tamin'ny famokarana teto anivon'ny Minisitera : DGES, DGP, DCRP, INFP, DESIP, DEFPE, DSI, DDIS.

Eto am-pamaranana dia mampirisika hatrany anareo zandry, zanaka hazoto sy ho liana amin'ny famakiam-boky. Mirary anareo hitozo sy hilofo hatrany amin'ny fianarana hahatratra izay tanjona tianareo ho tratrarina ho fampandrosoana an'i Magadasikara.

TABLE DES MATIERES

1 RADICAUX

ACTIVITE 1

Ecritures Simplifier :

a) $2\sqrt{3}+7\sqrt{3}+\sqrt{5}-4\sqrt{5}=(2+7)\sqrt{3}+(1-4)\sqrt{5}$

$=9\sqrt{3}-3\sqrt{5}$

b) $\sqrt{180}-3\sqrt{5}+7\sqrt{125}$

Décomposition de $\sqrt{180}=\sqrt{2\times2\times3\times3\times5}=(2\times3)\sqrt{5}=6\sqrt{5}$

Décomposition de $\sqrt{125}=\sqrt{5\times5\times5}=\sqrt{5^2\times5}=5\sqrt{5}$

$\sqrt{180}-3\sqrt{5}+7\sqrt{125}\quad=6\sqrt{5}-3\sqrt{5}+7\times5\sqrt{5}$

$=(6-3+35)\sqrt{5}=38\sqrt{5}$

ACTIVITE 2

a) $9-\sqrt{2}$

On a $1,41<\sqrt{2}<1,42$

$-1,41>\sqrt{2}>1,429$

$9-1,41>9-\sqrt{2}>9-1,42$

$7,59>9-\sqrt{2}>7,58$ Alors $7,58<9-\sqrt{2}<7,59$

b) $\sqrt{7}-\dfrac{\sqrt{2}}{3}$

On a $2,64<\sqrt{7}<2,65$

et $1,41<\sqrt{2}<1,42$

$\dfrac{1,41}{3}<\dfrac{\sqrt{2}}{3}<\dfrac{1,42}{3}$

$0,47<\dfrac{\sqrt{2}}{3}<0,48$

$-0,47>\dfrac{\sqrt{2}}{3}>-0,48$

$-0,48<\dfrac{\sqrt{2}}{3}<0,47$

Donc $2,64-0,48<\sqrt{7}-\dfrac{\sqrt{2}}{3}<2,65-0,47$

Alors $2,16<\sqrt{7}-\dfrac{\sqrt{2}}{3}<2,18$

2 VALEUR ABSOLUE

ACTIVITE 1

1. Détermination de la valeur absolue de :

a. $|4|=4$

b. $|-25+18|=|-7|=7$

c. $\sqrt{|12|}=\sqrt{12}$

d. $\sqrt{|-4|}=\sqrt{4}$

2. Résolution et représentation graphiquement :

a. $|x+2| = 4$

Alors, $x-2=4$ ou $x - 2 = -4$ (nous appliquons ici la propriété Si $x \geq 0$, $|x| = x$ et si $x \leq 0$, $|x| = -x$)

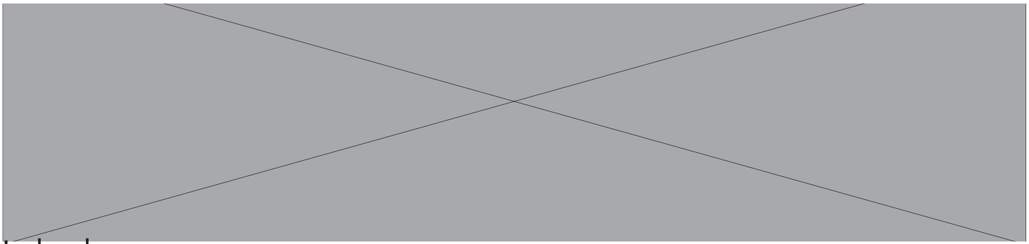
Si $x + 2 = 4$ alors $x = 4 - 2 = 2$

Ou si $x + 2 = -4$ alors $x = -4 - 2 = -6$

Cette équation a donc comme solution $x = 2$ ou $x = -6$

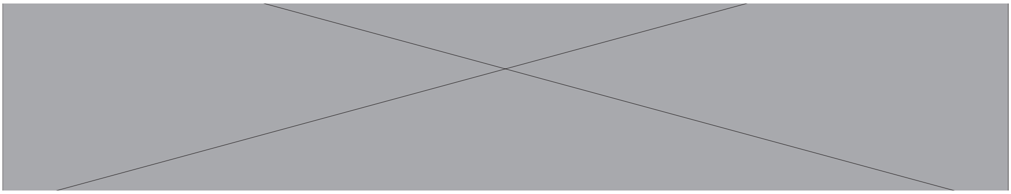
Pour la représentation, prenons deux points A et M d'abscisse respectifs - 2 et x.

Pour tout réel x, $|x+2| = 4 \longleftrightarrow AM = 4$, il existe deux points M1 et M2 vérifiant cette égalité, ils ont pour abscisse respective -6 et 2



b. $|x-3| \leq 5$

Alors, $x - 3 \leq 5 \leftrightarrow -5 \leq x - 3 \leq 5 \leftrightarrow -5+3 \leq x - 3 + 3 \leq 5+3 \leftrightarrow -2 \leq x \leq 8$



ACTIVITE 2

1-Ecriture sans valeur absolu :

a) A = $\sqrt{|2+4|}$

Nous avons $\sqrt{2+4} > 0$,

Alors,

A= |√2+4| = $\sqrt{|2+4|}$

b) B= $|-12+\sqrt{5}\,|$

Nous avons $-12+\sqrt{5} < 0$,

Alors,

B = $|-12+\sqrt{5}\,| = -(-12+\sqrt{5}) = 12-\sqrt{5}$

2-Résolutions de :

a) $|x-1|= 3$

$x+1=3 \longrightarrow x=3-1 \longrightarrow x = 2$

Ou $x+1=-3 \longrightarrow x=-3-1 \longrightarrow x = -4$

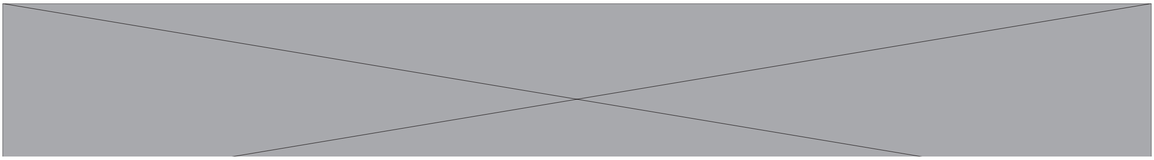
Donc, S = {2 ; -4}

b) $|x+2| > 1$

$x+2 > 1 \longrightarrow x+2 > 1-2 \longrightarrow x > -1$

ou $x+2 < -1 \longrightarrow x+2 < -1-2 \longrightarrow x < -3$

Donc, S =] ← ; -3[U]-1 ; → [



ACTIVITE 3

1-Ecriture sans valeur absolue :

a) $\sqrt{71^2} = |\ 71\ |$

$\rightarrow \sqrt{71^2} = 71$

b) $|2+\sqrt{5}\ |$

Nous avons : 2+√5 >0,

Alors,

$|2+\sqrt{5}\ |$ = = $2+\sqrt{5}$

c) $|\ \sqrt{2} - \pi|$

Nous avons : $\sqrt{2} - \pi < 0$,

Alors,

$|\ \sqrt{2} - \pi| = -(\sqrt{2} - \pi) = -\sqrt{2}+\pi$

d) $|x+9| = 12$

$|x+9| =12$

$\rightarrow$ On a : $x+9 =12$ ou $x+9 = -12$.

2-Résolutions de :

a) $|x-5| = 3$

Donc,

$x-5 =3 \rightarrow x =3+5 \rightarrow x = 8$

Ou $x-5 = -3 \rightarrow x = -3+5 \rightarrow x = 2$

D'où : $S= \{2 ; 8\}$

b) $|2x+3| = 21$

Alors $2x+3 = 21 \rightarrow 2x = 21-3 \rightarrow x = 18/2 \rightarrow x = 9$

Ou $2x+3 = -21 \rightarrow 2x = -21-3 \rightarrow x = -24/2 \rightarrow x = -12$

La solution est $x = -12$ ou $x = 9$

D'où : $S= \{-12 ; 9\}$

c) $|x-1| = -9$

Notre équation n'admet pas de solution car la valeur absolue est une grandeur strictement positive ou nulle.

Donc : $S= \emptyset$

3-Résoudrons les inéquations suivantes et représentons les résultats sur une droite graduée

a) $|x-8| < 0$

Notre inéquation n'admet pas de solution car la valeur absolue est une grandeur strictement positive ou nulle.

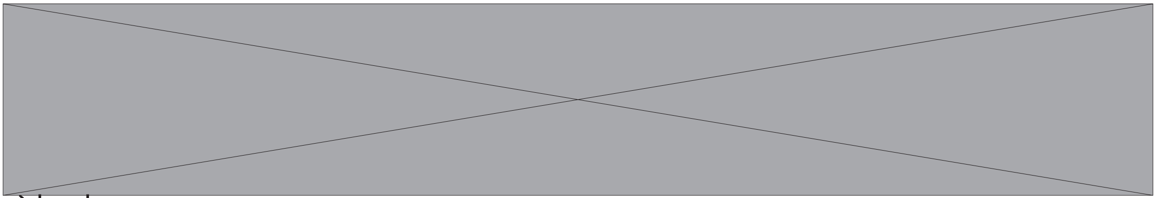
Donc : $S= \emptyset$

b) |x-5| ≥ 2

|x - 5| ≥ 2 → x - 5 ≥ 2 → x ≥ 2 + 5 → x ≥ 7

Ou x - 5 ≤ - 2 → x ≤ - 2 + 5 → x ≤ 3

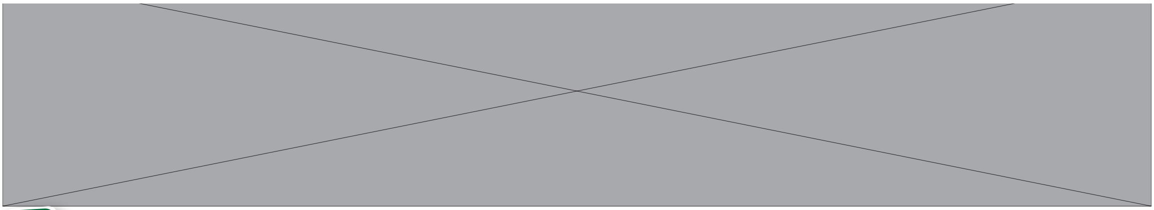
Donc : S=] ← ; -2] U [3 ; → [



c) |x-3| < 4

|x - 3| < 4 → - 4 < x - 3 < 4 → - 4+3 < x – 3 + 3 < 4 + 3 → - 1< x < 7

Donc : S=] -1 ; 7[



3 SYSTÈMES D'ÉQUATIONS

ACTIVITE 1

Etapes de résolutions	Méthode graphique	Méthode par substitution	Méthode par combinaison
Construire un petit tableau	X		
Mettre x en fonction de y		X	
Remplacer x du deuxième membre		X	
Tracer la droite sur un repère orthonormé	X		
Additionner les deux membres pour éliminer y			X
Tester le couple trouvé	X		X

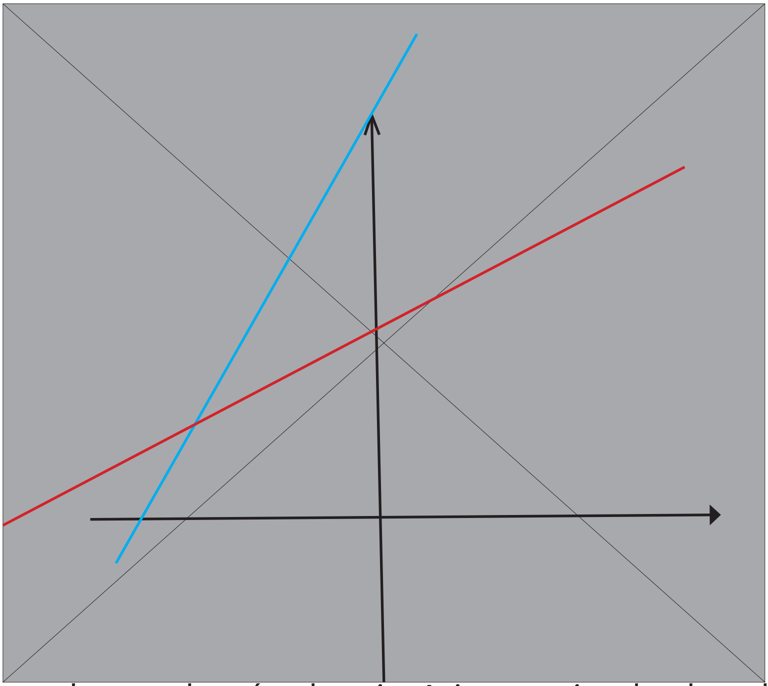
ACTIVITE 2

1. Résolution par la méthode graphique du système d'équations suivant :

$$\begin{cases} 5x - 3y = -26 \\ -x + 2y = 8 \end{cases}$$

5x-3y=-26	A	B
x	-4	-1
y	2	7

-x+2y=8	C	D
x	0	-2
y	4	3



Notre solution est les coordonnées du point A, intersection des deux droites.
Alors, x = - 4 et y = 2

2. Résolution du système d'équations par la méthode de combinaison.

$$\begin{cases} 3x + y = 126 \\ \quad x - y = 6 \end{cases}$$

Pour éliminer y, il suffit d'additionner les deux membres :

$$\begin{array}{l} + \begin{cases} 3x + y = 12 \\ 6x – y = 6 \end{cases} \\ \hline \quad 9x + 0 = 18 \end{array}$$

On a $x = \dfrac{18}{9}$

Alors

x = 2

Pour éliminer x, il suffit de multiplier le premier membre par 2, ensuite on soustrait les deux membres car 6 le coefficient de x du deuxième membre est un multiple du premier 3 x 2=6 :

$$\begin{cases} (3x + y = 12) \times 2 \\ 6x – y = 6 \end{cases} \qquad \begin{array}{l} - \begin{cases} 6x + 2y = 24 \\ 6x – y = 6 \end{cases} \\ \hline 0 + 3y = 30 => y = \dfrac{18}{3} \end{array}$$

Alors

y = 6

Notre solution est le couple $x = -2 \ et \ y = 6$

NB : n'oublier pas de faire la vérification de la solution trouvée.

3. Trouver la valeur de x et y en utilisant la méthode de substitution

$$\begin{cases} x+3y=8 \\ 3x+6y=-21 \end{cases}$$

Pour trouver la valeur de x et de y, nous allons résoudre ce système dans R*R

$\begin{cases} x + 3y = 8 \text{ mettons x en fonction de y: } x = 8 - 3y \\ 3x + 6y = -21 \text{ et remplaçons x du deuxième membre par cette valeur : } 3(8 - 3y) + 6y = -21 \end{cases}$

$\begin{cases} x + 3y = 8 \text{ mettons x en fonction de y : } x = 8 - 3y \\ 3x + 6y = -21 \text{ et remplaçons x du deuxième membre par cette valeur : } 3(8 - 3y) + 6y = -21 \end{cases}$

=> 24 - 9y + 6y = -21 => -3y=-21 -24 => y= $\frac{-45}{-3}$

Alors y = 15

Remplaçons maintenant y par 15 dans le premier membre :

x + 3(15) = 8 => x = 8 - 45

Alors, on a x = -37

NB : n'oublier pas de faire la vérification de la solution trouvée.

4 APPLICATIONS AFFINES

ACTIVITE 1

On définit l'application affine par $f(x)$=-2x+3

1. Sens de variation de $f(x)$:

La droite représentative de f(x) est décroissante car a est négatif (a=-2<0)

2. Soit f(x)= -2x +3

Si $x=-1$, *alors* $f(-1)=-2(-1)+3=5$

Si $x=0$, *alors* $f(0)=-2(0)+3=3$

Si $x=1$, *alors* $f(1)=-2(1)+3=1$

x	-1	0	1
f(x)	5	3	1

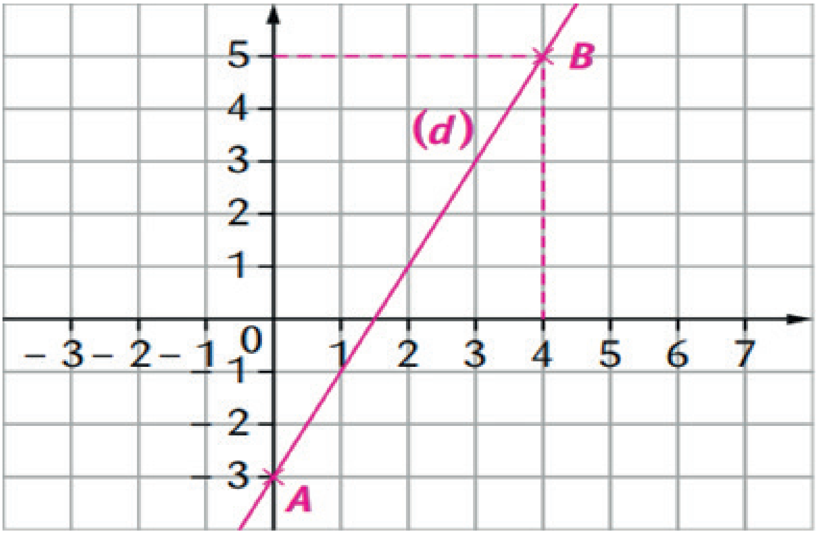
ACTIVITE 2

Soit $f(x)=2x-3$

x	0	4
f(x)	-3	5

La fonction f est ..affine…, donc sa représentation graphique est ..une droite (d)… passant par les points A(..0.. ; ..-3..) et B(..4.. ; ..5..).

2- La représentation graphique (d) de la fonction f.



5 MONÔMES ET POLYNÔMES

ACTIVITE 1

1. Développement des expressions suivantes :

$a)\ (2x + 5)\ 2 = (2x)2 + 2.2x.5 + (5)2$
$= 4x2 + 20x + 25$

$b)\ (3x - 8)\ 2 = (3x)2 - 2.3x.8 + (8)2$
$= 9x2 - 48x + 64$

2. Développement et réduction des expressions suivantes :

$a)\ (4 - 5x)\ (4 + 5x) = (4)2 - (5x)2$
$= 16 - 25x2$

$b)\ (x - 1)\ (x - 5) = x(x - 5) - 1(x - 5)$
$= x2 - 5x - x + 5$
$= x2 - 4x + 5$

$c)\ (2x+1)\ (x-2) + (x-3)\ (3x+1) = 2x(x-2) + 1(x-2) + x(3x+1) - 3(3x+1)$
$= 2x2 - 4x + x - 2 + 3\ x2 + x - 9x - 3$
$= 5x2 - 11x - 5$

$d)\ (4x + 3)2 + 3(5x - 2) = (4x)2 + 2.4x.3 + 32 + 15x - 6$
$= 16x2 + 24x + 9 + 15x - 6$
$= 16x2 + 39x + 3$

ACTIVITE 2

1- Factorisation des polynômes suivants :

$a)\ 4x2 + 12x + 9 = (2x)2 + 2.2x.3 + (3)\ 2$
$= (2x+3)\ 2$

$b)\ 36x2 - 84x + 49 = (6x)\ 2 - 2.6x.7 + (7)\ 2$
$= (6x - 7)\ 2$

$c)\ 81x2 - 16 = (9x)\ 2 - 42$
$= (9x - 4)\ (9x + 4)$

2– Soit A = 4x2+ 4x + 1 – (2x + 1)(3 – 2x)

a) Factorisation de 4x2+ 4x + 1

4x2+ 4x + 1 = (2x)2 + 2.2x.1 + (1)2

= (2x + 1)2

b) Une expression factoriée de A :

A = 4x2 + 4x + 1 – (2x + 1)(3 – 2x)

= (2x + 1)2 – (2x + 1)(3 – 2x)

= (2x + 1)[(2x + 1) – (3 – 2x)]

= (2x + 1)[2x + 1 – 3 + 2x]

A = (2x + 1)(4x – 2)

6 TRIGONOMETRIE DANS LE TRIANGLE RECTANGLE

ACTIVITE 1

$Sin\ \widehat{ABC} = \frac{AC}{BC}$

ACTIVITE 2

H est la hauteur issue du sommet M.

Les rapports de longueurs so,t :

sin $\widehat{NMP} = \frac{NP}{PM}$ et cos $\widehat{NMP} = \frac{MN}{PM}$

On a cos $\widehat{NMP} = \frac{MN}{PM}$

MN=PM×cos $\widehat{NMP}$

MN=9×cos 30°

MN=9× $\sqrt{\frac{3}{2}}$

Donc MN=7,79 cm

Calcul de NH

$\sin\ \widehat{NMH} = \frac{NH}{MN}$

NH=MN×sin $\widehat{NMH}$

NH=7,79×sin 30°

NH=7,79× $\frac{1}{2}$

Donc NH=3,89cm

11 LES CARRÉS PARFAITS

ACTIVITE 1

Parmi ces nombres, les carrés parfaits sont :
9 ; 49 ; 225 ; 361
car :
$9 = 3x3$; $49 = 7x7$; $225 = 15x15$; $361 = 19x19$

ACTIVITE 2

$\sqrt{169} = 13; \sqrt{144} = 12; \sqrt{289} = 17; \sqrt{121} = 11$

ACTIVITE 3

Le côté du carré est *16cm* car *16cm* x *16cm* = *256cm²*

ACTIVITE 3

Le côté du carré est *16cm* car *16cm* x *16cm* = *256cm²*

12 DÉVELOPPEMENT DÉCIMAL ARRONDI OU TRONQUÉ

ACTIVITE 1

En utilisant une calculatrice ou en extractant la racine carré de 17, on a
$\sqrt{17} \simeq 4,123$

ACTIVITE 2

Encadrement des racines carrés par deux entiers consécutifs :
$\sqrt{49} < \sqrt{57} < \sqrt{64}$ *donc* $7 < \sqrt{57} < 8$
$\sqrt{121} < \sqrt{128} < \sqrt{144}$ *donc* $11 < \sqrt{128} < 12$
$\sqrt{324} < \sqrt{329} < \sqrt{361}$ *donc* $18 < \sqrt{329} < 19$

13 SENS DES OPERATIONS

ACTIVITE 1

a) $5 - 5 \times 3 + 7 - 4{,}5 \times 2 - 18$

$= 5 - 15 + 7 - 9 - 18$

$= -30$

b) $-12 + 9 + 12 \times 0 - 3 - 4/6 \times 3$

$= -12 + 9 + 0 - 3 - 2$

$= -8$

14 CHAINE D'OPERATION

ACTIVITE 1

$A = -7 + 2(1 - 1/2) - 6(3 - 11) - 5$

$= -7 + 2(1/2) - 6(-8) - 5$

$Donc\ A = 37$

$B = 5 - 4[(2 + 3/4) - 1/8]$

$= 5 - 4[11/4 - 1/8]$

$= 5 - 4((22 - 1)/8)$

$= 5 - 21/2$

$= (10 - 21)/2$

$Donc\ B = (-11)/2$

ACTIVITE 2

a)

$\mathrm{A} = 17 - 3 \times 5 - 1{,}5 \times 4 - 2{,}5$

$= 17 - 15 - 6 - 2{,}5$

$\mathrm{A} = -6{,}5$

$\mathrm{B} = (17 - 3) \times 5 - 1{,}5 \times (4 - 2{,}5)$

$= 14 \times 5 - 1{,}5 \times 1{,}5$

$= 70 - 2{,}25$

$\mathrm{B} = 67{,}75$

$\mathrm{E} = -4 \times 0{,}2 + 8 \times 7 - 54/9 - 9{,}5$

$= -0{,}8 + 56 - (54 + 85{,}5)/9$

$= 55{,}2 - 139{,}5/9$

$= (496{,}8 - 139{,}5)/9$
$E = 357{,}3/9$

$F = -\ 4 \text{ x } (0{,}2 + 8) \text{ x } (7 - 54/9\ ) - 9{,}5$
$= -\ 4 \text{ x } 8{,}2 \text{ x } 9/9 - 9{,}5$
$= -\ 4 \text{ x } 8{,}2 \text{ x } 1 - 9{,}5$
$= -\ 32{,}8 - 9{,}5$
$F = -\ 42{,}3$

b) La présence des parenthèses change les résultats d'une opération. Dans une opération, i faut bien placer les parenthèses là où il faut.

ACTIVITE 3

*La différence d'un nombre x et 6 : $x - 6$
Multipliée par 3 : $(x - 6)\text{x}3$
est égale à -2 : $(x - 6)\text{x}3 = -\ 2$

*En utilisant la distributivité de la multiplication par rapport à la soustraction, on a :
$3x - 3.6 = -\ 2$
$3x - 18 = -2$
$3x = -2 + 18$
$3x = 16 \quad donc \;\; x = 16/3$

15 NOMBRES REELS

ACTIVITE 1

Quatre nombres de l'intervalle $[-3\ ;-2\ [$: $-3\ ; -\ 1{,}7\ ; -\ 1{,}4$ *et* $-1{,}1$

ACTIVITE 2

a) $-\ 0{,}5 < x < 1,\ 3$ *signifie* $x \in\ ]-0{,}5\ ;1{,}3[$

b) Les nombres appartenant à l'intervalle $]-0{,}5\ ;1{,}3[$ *sont :*
$0\ ; 1{,}15\ ; -0\ 43\ ; 1{,}27\ ; 1.$

ACTIVITE 1

a) *justification*

$$\frac{5^8}{5^3}=\frac{5\times5\times5\times5\times5\times5\times5\times5}{5\times5\times5}$$

et en simplifiant par 5, *on a*

$$\frac{5^8}{5^3}=5\times5\times5\times5\times5$$

donc

$$\frac{5^8}{5^3}=5^{8-3}=5^5$$

b) *simplification*

$$\frac{2^6}{2^{-2}}=2^{6-(-2)}=2^{6+2}=2^8$$

$$\frac{3^0\times3^{-1}}{3^3}=3^0\times3^{-1}\times3^{-3}=3^{0-1-3}=3^{-4}=\frac{1}{3^4}$$

ACTIVITE 2

$$\frac{2^4\times3^2}{3^4\times2^2}=2^4\times3^2\times3^{-4}\times2^{-2}=2^{4-2}\times3^{2-4}=2^2\times3^{-2}=\frac{2^2}{3^2}=\frac{4}{9}$$

$$\begin{aligned}\frac{5^2\times2^9\times11}{44\times25^2\times4^2}&=\frac{5^2\times2^9\times11}{(11\times4)\times(5^2)^2\times4^2}\\&=\frac{5^2\times2^9\times11}{11\times2^2\times(5^2)^2\times(2^2)^2}\\&=\frac{5^2\times2^9\times11}{11\times2^6\times5^4}=5^2\times2^9\times5^{-4}\times2^{-6}=5^{2-4}\times2^{9-6}\\&=5^{-2}\times2^3=\frac{2^3}{5^2}\end{aligned}$$

$$\frac{21\times10^3}{7\times10^7}=\frac{3\times7\times10^3}{7\times10^7}=3\times10^3\times10^{-7}=3\times10^{-4}$$

ACTIVITE 1

Ensemble de définition

$A(x) = 5/(2x-6)$ est définie si $2x - 3 \neq 0$, c'est-à-dire $2x \neq 3$. D'où $x \neq 3/2$.

L'ensemble de définition de A(x) est l'ensemble des nombres réels différent de 3/2 , noté :

$\mathrm{IR} - \{3/2\}$ ou $]\leftarrow ; 3/2 [\cup] 3/2 ; \rightarrow [$

$B(x) = (x+4)/(x^2-1)$ est définie si $x^2 - 1 \neq 0$.

On sait que $x^2 - 1 = (x-1)(x+1)$.

Pour trouver les valeurs de x tels que $x^2 - 1 \neq 0$, il suffit de trouver les valeurs de x tels que $x^2 - 1 = 0$, c'est-à-dire $(x-1)(x+1) = 0$.

$(x-1)(x+1) = 0$ si $x - 1 = 0$ ou $x + 1 = 0$

$x = 1$ ou $x = -1$

D'où $x^2 - 1 \neq 0$ si $x \neq 1$ et si $x \neq -1$

L'ensemble de définition de B(x) est l'ensemble des nombres réels différents de 1 et de (-1), noté :

$\mathrm{IR} - \{1 ; -1\}$ ou $]\leftarrow ; -1 [\cup] -1 ; 1 [\cup] 1 ; \rightarrow [$.

ACTIVITE 2

$A(x) = (x-1)(4x-3)$ et $B(x) = (4x-3)2 - (4x-3)(5x+3) - (6-8x)$

a) Factorisation de $B(x)$

$B(x) = (4x-3)2 - (4x-3)(5x+3) - (6-8x)$

$= (4x-3)(4x-3) - (`x-3)(5x+3) - 2(3-4x)$

$B(x) = (4x-3)(4x-3) - (4x-3)(5x+3) + 2(4x-3)$

Comme $(4x-3)$ est le facteur commun de tous les termes de $B(x)$, alors on peut le mettre en facteur :

$B(x) = (4x-3)[(4x-3) - (5x+3) + 2]$

$= (4x-3)[4x - 3 - 5x - 3 + 2]$

Donc $B(x) = (4x-3)(-x-4)$

b) Ensemble de definition de $E(x)$

$E(x) = A(x)/B(x)$

$$E(x) = \frac{(x-1)(4x-3)}{(4x-3)(-x-4)}$$

E(x) est définie si $(4x-3)(-x-4) \neq 0$

Pour trouver les valeurs de x tels que $(4x-3)(-x-4) \neq 0$, il suffit de trouver les valeurs de x tels que $(4x-3)(-x-4) = 0$ c'est-à-dire $4x-3=0$ ou $-x-4=0$

$x = 3/4$ ou $x = -4$

D'où $(4x-3)(-x-4) \neq 0$ si $x \neq 3/4$ et $x \neq -4$.

L'ensemble de définition de E(x) est l'ensemble des nombres réels différents de 3/4 et de (- 4), noté :

$\mathrm{IR} - \{-4 ; 3/4\}$ ou $]\leftarrow ; -4[\,\mathrm{U}\,]-4 ; 3/4[\,\mathrm{U}\,]3/4 ; \rightarrow[$

c) Simplification de E(x)

Pour tout réel différent de (- 4) et 3/4 , on peut simplifier E(x) par (4x- 3) :

$$E(x) = \frac{(x-1)(4x-3)}{(4x-3)(-x-4)}$$

$$E(x) = \frac{(x-1)}{(-x-4)}$$

La fonction $F(x) = \frac{(x-1)}{(-x-4)}$ est dite « fonction associée » à $E(x)$.

d) Justification $F(1)=0$

$$F(1) = \frac{(1-1)}{(-1-4)} = \frac{0}{-5} = 0$$

donc 1 est une racine de $F(x)$.

18 SYSTEMES D'EQUATIONS

ACTIVITE 1

*Traçons dans un même repère les deux droites (D1) et (D2), d'équations respectives: $x + y = 8$ et $x + 2y = 11$

(D1)	x	y
A	3	5
B	4	4

(D2)	x	y
E	5	3
F	3	4

Les deux doites (D1) et (D2) se coupent au point de coordonnées (5 ; 3). Donc la soultion du système est : $S = \{(5\ ;3)\}$

ACTIVITE 2

* On a $3(1) + 7(-2) = 3-14 = -11$ *et* $-11 \neq 11$
donc $(1\ ; -2)$ n'est pas solution du système.

*On a $3(5/2\ ) + 7(1) = 15/2 + 7 = 29/(2\ )$ *et* $29/(2\ ) \neq 11$
donc $(5/2\ ; 1)$ n'est pas solution du système.

*On a $3(-1) + 7(2) =-3 + 14 = 11$ *et* $-(-1) + 2(2) = 1 + 4 = 5$.
Le couple $(-1\ ; 2)$ vérifie à la fois les deux équations du système donc $(-1\ ; 2)$ est la solution du système.

19 SYSTEMES D'EQUATIONS

ACTIVITE 1

* Mise en équation
Notons x et y les deux nombres.
« somme de deux nombres est égale à 8 » : $x + y = 8$
« L'un des nombres est doublé » : $2x$
« la somme devient 12 » : $2x + y = 12$
D'où le système $\begin{cases} x + y = 8 \\ 2x + y = 12 \end{cases}$

* Détermination des nombres
Résolvons le système par la méthode de substitution :
$x + y = 8 => x = 8 - y$
d'où $2(8- y) + y = 12$
$16 - 2y + y = 12$

$-y = -4 => y = 4$
Comme $x = 8-y$ alors $x = 8-(4)$ d'où $x = 4$
Donc les deux nombres sont égaux et $x = y = 4$.

ACTIVITE 2

Notons : a la longueur et b la largeur du rectangle.
* Mise en équation
Le périmètre d'un rectangle est 16cm : 2a + 2b = 16 >> a + b = 8
on ajoute 3 à sa longueur : a + 3
on double sa largeur : 2b
le périmètre devient 28 : 2 (a + 3) + 2 (2b) = 28 >>(a + 3) + 2b = 14
D'où le système :

$$\begin{cases} a+b=8 \\ a+3+2b=14 \end{cases}$$

*Détermination de la longueur et de la largeur

$$\begin{cases} a+b=8 \\ a+3+2b=14 \end{cases} >> \begin{cases} a+b=8 \\ a+2b=11 \end{cases}$$

Après résolution du système, on trouve $b = 3 \text{ et } a = 5$
Donc les dimensions de ce rectangle sont $3cm \text{ et } 5cm$.

ACTIVITE 3

Notons : x le nombre de livres de la série A
y le nombre de livres de la série B

*Mise en équation
elle choisit $4livres$ de la série A et $5\ livres$ de la série B : $4x + 5y$
elle lui manque $11000Ar$: le prix des $(4x + 5y)$ est de $40\ 000Ar + 11\ 000Ar = 51\ 000Ar$
d'où l'équation : $4x + 5y = 51\ 000$

elle choisit $6\ livres$ dans la série A et $2\ livres$ de la série B : $6x + 2y$
elle lui reste $2000Ar$: le prix des $(6x + 2y)$ est de $40\ 000Ar - 2000Ar = 38\ 000Ar$
d'où l'équation : $6x + 2y = 38\ 000$
On obtient le système :

$$\begin{cases} 4x+5y=51000 \\ 6x+2y=38000 \end{cases}$$

Apres résolution du système, on trouve $x = 4\ 000 \text{ et } y = 7\ 000$
Donc un livre de la série A coûte $4000Ar$ et ce de la série B est de $7000Ar$.

ACTIVITE 1

f est l'application affine définie par : $f(x) = 5x + 2$.

x	Image de x par f
3	17
-6	-28
$2/3$	$16/3$

y	Antécédent de y par f
22	4
-28	-6
-2	$-4/5$

ACTIVITE 2

Détermination des applications linéaires

f est de la forme : f(x) = ax + b

$f(3) = 1 : a(3) + b = 1$ et $f(5) = 9 : a(5) + b = 9$

d'où le système :

$$\begin{cases} 3a + b = 1 \\ 5a + b = 9 \end{cases}$$

Après résolution du système, on trouve $a = 4$ et $b = -11$ donc $f(x) = 4x - 11$

g est de la forme : g(x) = ax + b

$g(3) = 9 : a(3) + b = 9$ et $g(-2) = -11 : a(-2) + b = -11$

d'où le système :

$$\begin{cases} 3a + b = 9 \\ -2a + b = -11 \end{cases}$$

Après résolution du système, on trouve $a = 4$ et $b = -3$ donc $g(x) = 4x - 3$

h est de la forme : h(x) = ax + b

le coefficient est $(-2) : a = -2 \Rightarrow h(x) = -2x + b$

$h(3) = -4 : -2(3) + b = -4 \quad >> \quad -6 + b = -4$

d'où $b = 2$ donc $h(x) = -2x + 2$

ACTIVITE 1

$\sin\alpha = 0,5$

On a la propriété fondamentale de la trigonometrie

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

donc

$\cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha$

soit

$\cos^2\alpha = 1 - (0,5)^2 = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

d'où

$\cos\alpha = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\cos b = \frac{\sqrt{2}}{2}$

On a la propriété fondamentale de la trigonometrie

$\sin^2 b + \cos^2 b = 1$

donc

$\sin^2 b = 1 - \cos^2 b$

soit

$\sin^2 b = 1 - (\frac{\sqrt{2}}{2})^2 = 1 - \left(\frac{2}{4}\right) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

d'où

$\sin b = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

ACTIVITE 2

SARY

f est l'application affine définie par : $f(x) = 5x + 2$.

$Montrons\ que\ AC^2 + AB^2 = BC^2$

$On\ a$:

$\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$

Or

$\cos\alpha = AB/BC\ et\ \sin\alpha = AC/BC$

$D'\text{où}\ (AB/BC)^2 + (AC/BC)^2 = 1$

$(AB^2 + AC^2)\ /BC^2 = 1$

$donc$

$AC^2 + AB^2 = BC^2$

22 ANGLES INSCRITS DANS UN CERCLE

ACTIVITE 1

Les angles inscrits au cercle $\widehat{DGF}$ et $\widehat{DEF}$ interceptent le même arc DF, donc ils ont la même mesure et égale à 63°

ACTIVITE 2

Démontrons que le triangle ODE est un triangle équilatéral

L'angle au centre $\widehat{DOE}$ et l'angle inscrit $\widehat{DFE}$ interceptent le même arc DE, d'où

mes $\widehat{DOE}$ = 2 x mes $\widehat{DFE}$ = 60°
De plus OD = OE = r.
ODE est un triangle isocèle,
de sommet O et ayant un angle de 60° au sommet est un triangle équilatéral.

23 MESURE D'UN ANGLE

ACTIVITE 1

Calcul de la mesure de l'angle $\widehat{ACB}$.
ABC est un triangle rectangle en A
$\sin\widehat{ACB}$ = AB/BC =12,5/30 = 0,41
D'après la lecture sur la table trigonométrique
$\widehat{ACB}$ =24,20°

ACTIVITE 2

Calcul de GT
GTH est un triangle rectangle en H.
sin $\widehat{GTH}$ =GH/GT
GT = GH/(sin $\widehat{GTH}$) =3/sin52° = 3/0,78
GT = 3,84 cm

24 SYMETRIES ET TRANSLATION

ACTIVITE 1

SARY 5

d) A'BC' est le triangle image du triangle ABC par la symétrie centrale de centre B. De plus, la symétrie centrale conserve la longueur d'un segment. Donc AC = A'C' et (AC) // (A'C').

e) mes $\widehat{BAC}$ = mes $\widehat{BA'C'}$

ACTIVITE 1

SARY 6

Les égalités vectorielles :

$\overrightarrow{\mathbf{DC}} = \overrightarrow{\mathbf{AE}} = \overrightarrow{\mathbf{BF}}$

$\overrightarrow{\mathbf{CA}} = \overrightarrow{\mathbf{DG}} = \overrightarrow{\mathbf{AH}}$

$\overrightarrow{\mathbf{AC}} = \overrightarrow{\mathbf{EI}} = \overrightarrow{\mathbf{DJ}}$

e) L'image du point G par la translation du vecteur $\overrightarrow{\mathbf{AI}}$ est le point C.

f) Nature du quadrilatère AFBG

On sait que : $\overrightarrow{\mathbf{CA}} = \overrightarrow{\mathbf{DG}}$; ACDG est donc un parallélogramme.

Or $\overrightarrow{\mathbf{DC}} = \overrightarrow{\mathbf{BF}}$ d'où $\overrightarrow{\mathbf{GA}} = \overrightarrow{\mathbf{BF}}$; donc AFBG est un parallélogramme.

24 SYMETRIES ET TRANSLATION

ACTIVITE 1

On a :

$$\frac{AB}{AM} = \frac{5}{8} \; et \; \frac{AC}{AN} = \frac{3,5}{5,6} = \frac{5}{8}$$

$$comme \; \frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} \; alors \; (BC) \; /\!/ \; (MN)$$

ACTIVITE 2

On a :

$$\frac{RN}{RE} = \frac{9}{3} = 3 \; et \; \frac{RO}{RI} = \frac{6}{2} = 3$$

$$\frac{RN}{RE} = \frac{RO}{RI}$$

et d'après la réciproque du théorème de Thalès, on a (IE) // (NO)
(IE) // (NO) et S,E et I sont alignés ;
par conséquent (NO) // (IS).
De plus (NS) // (RO) d'après l'hypothèse.
Donc NOIS est un parallélogramme.