

OBJECTIF

Déterminer le PGCD d'un ou des nombres entiers naturels

PRECIS DE COURS

1-Définition

Le PGCD de deux entiers naturels est leur Plus Grand Commun Diviseur

Exemple: Recherche les diviseurs de 42 et 150.

Diviseurs de 42 : 1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42

Diviseurs de 150 : 1, 2, 3, 5, 6, 10, 25, 30, 50, 75, 150

Les diviseurs communs à 42 et 150 sont : 1, 2, 3, 6

Le PGCD de 42 et 150 est donc 6

Remarques : Soit a et b deux nombres entiers naturels, si b divise a alors :

$$\text{PGCD}(a ; b) = b$$

Exemple : $\text{PGCD}(143 ; 13) = 13$ car $143 = 13 \times 11$

2- Méthode des divisions successives

Exemple :

Détermine le PGCD de 735 et 84

$735 > 84$, effectue donc la division euclidienne de 735 par 84

$$\frac{735}{84} = 84 \times 8 + 63 ; \text{ donc } \text{PGCD}(735 ; 84) = \text{PGCD}(84 ; 63)$$

Recommence le procédé : $\frac{84}{63} = 63 \times 1 + 21$

Or $\text{PGCD}(63 ; 21) = 21$ car 21 est un diviseur de 63 ($63 = 21 \times 3$)

Donc $\text{PGCD}(735 ; 84) = 21$

Activité 1

- a) Détermine les diviseurs de 375 et 2070
- b) Détermine l'ensemble des diviseurs communs à 375 et 2070
- c) Si on divise 4373 et 826 par un même nombre positif b on obtient 8 et 7 pour restes. Détermine b
- d) Deux nombres a et b sont premiers entre eux et leur somme est 24. Détermine tous les couples (a, b) possibles.

Activité 2

- a) Donne la liste des diviseurs de 455, et 385
- b) Donne la liste des diviseurs communs de 455 et 385
- c) Donne la liste des diviseurs de 1250 et 420
- d) Donne la liste des diviseurs communs de 1250 et 420

Activité 3

- a) Donne la liste des multiples de 15 inférieurs à 200
- b) Donne la liste des multiples de 24 inférieurs à 200
- c) Donne la liste des multiples communs de 15 et 24 inférieurs à 200
- d) Donne la liste des multiples de 15 inférieurs à 400
- e) Donne la liste des multiples de 24 inférieurs à 400
- f) Donne la liste des multiples communs de 15 et 24 inférieurs à 400
- g) Donne la liste des multiples de 25 inférieurs à 400
- h) Donne la liste des multiples de 30 inférieurs à 400
- i) Donne la liste des multiples communs de 25 et 30 inférieurs à 400

Activité 4

a) Détermine le PGCD de 3723 et 6711 ; 12 et 8 ; 3 et 7 ; 12 et 6 ; 700 et 1960 ; 865 et 1140 ; 255 et 153 ; 735 et 84 ; 1250 et 420

b) Rendre irréductible les fractions suivantes en utilisant leurs PGCD respectifs

$$\frac{255}{153}$$

$$\frac{156}{208}$$

$$\frac{5346}{7128}$$

$$\frac{1250}{420}$$

$$\frac{700}{160}$$

$$\frac{865}{1140}$$

$$\frac{1960}{700}$$

$$\frac{6711}{3723}$$

