Fraction irréductible

A. Fraction irréductible

Activité 0 :

1.
   a. $A = \frac{2}{3}\ et\ B = \frac{4}{6}$; $C = \frac{3}{4}\ et\ D = \frac{12}{16}$
   b. Oui.
   $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$
   c. Oui
   $\frac{12}{16} = \frac{3}{4}$

2.
- Les fractions $\frac{2}{3}$ et $\frac{4}{6}$ sont des fractions **égales (équivalentes)**
- De même, les fractions $\frac{12}{16}$ et $\frac{3}{4}$ sont aussi des fractions **égales (équivalentes)**
- La fraction $\frac{2}{3}$ est appelée la fraction **simplifiée** de $\frac{4}{6}$
- La fraction $\frac{3}{4}$ est appelée la fraction **simplifiée** de $\frac{12}{16}$.

3.

$$\frac{\cancel{4}^{\,2}}{\cancel{6}_{\,3}} = \frac{2}{3}$$

Simplification par 2

où « 2 est un diviseur commun de 4 et de 6 »

4.

a. $E = \frac{28}{42} = \frac{4 \times 7}{6 \times 7} = \frac{4}{6}$

b. $F = \frac{77}{14} = \frac{11 \times 7}{2 \times 7} = \frac{11}{2}$

Activité 1 :

$A = \frac{15}{12} = \frac{5 \times 3}{4 \times 3} = \frac{5}{4}$; $B = \frac{14}{7} = \frac{2 \times 7}{1 \times 7} = \frac{2}{1} = 2$; $C = \frac{11}{19}$ ne peut pas être simplifiée

La fraction $C = \frac{11}{19}$ est une fraction dite « **irréductible** ».

*Une **fraction irréductible** est une fraction qui ne peut pas **être simplifiée**.*

Activité 2 :

$\frac{16}{49}$; $\frac{35}{56}$; $\frac{21}{13}$; $\frac{87}{32}$; $\frac{6}{75}$

B. Méthodes pour rendre irréductible une fraction

1. Méthode par divisions successives

Activité 3 :

Rendons irréductible $\frac{\mathbf{105}}{\mathbf{30}}$,

$$\frac{105}{60} = \frac{105 \div 3}{60 \div 3} = \frac{35}{20}$$

$$\frac{35}{20} = \frac{35 \div 5}{20 \div 5} = \frac{7}{4}$$

La fraction $\frac{\mathbf{105}}{\mathbf{30}}$ est rendue en une fraction irréductible $\frac{\mathbf{7}}{\mathbf{4}}$.

2. ***Méthode par décomposition***

Activité 4 :

Rendons irréductible $\frac{\mathbf{112}}{\mathbf{280}}$

- Décomposons en produit de facteurs premiers **112 et 280**.

112	2
56	2
28	2
14	2
7	7
1	

280	2
140	2
70	2
35	5
7	7
1	

112 = 2 x 2 x 2 x 2 x 7 **280 = 2 x 2 x 2 x 5 x 7**

- Remplaçons 112 et 280 par leurs décompositions :

$$\frac{\mathbf{112}}{\mathbf{280}} = \frac{\mathbf{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 7}}{\mathbf{2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 7}}$$

- Simplifions les facteurs communs :

$$\frac{\mathbf{112}}{\mathbf{280}} = \frac{\cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times 2 \times \cancel{7}}{\cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times 5 \times \cancel{7}}$$

$$= \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{5}}$$

La fraction $\frac{\mathbf{112}}{\mathbf{280}}$ est simplifiée en une fraction irréductible $\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{5}}$

Activité 5 :

1) $\frac{\mathbf{132}}{\mathbf{102}}$.

Rendons irréductible $\frac{\mathbf{132}}{\mathbf{102}}$ par division successive.

$$\frac{132}{102} = \frac{132 \div 2}{102 \div 2} = \frac{66}{51} = \frac{66 \div 3}{51 \div 3} = \frac{22}{17}$$

La fraction $\frac{\mathbf{116}}{\mathbf{51}}$ ne peut plus être simplifiée donc c'est une fraction irréductible.

2) Par décomposition, rends irréductible la fraction $\frac{54}{270}$.

Rendons irréductible $\frac{54}{270}$

- Décomposons en produit de facteurs premiers **54 et 270**.

$$\begin{array}{r|l} 54 & 2 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 270 & 2 \\ 135 & 3 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

54 = 2 x 3 x 3 x 3 **270 = 2 x 3 x 3 x 3 x 5**

- Remplaçons 54 et 270 par leurs décompositions :

$$\frac{54}{270} = \frac{2 \times 3 \times 3 \times 3}{2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5}$$

- Simplifions les facteurs communs :

$$\frac{54}{270} = \frac{\cancel{2} \text{x} \cancel{3} \text{x} \cancel{3} \text{x} \cancel{3}}{\cancel{2} \text{x} \cancel{3} \text{x} \cancel{3} \text{x} \cancel{3} \text{x} 5}$$
$$= \frac{1}{5}$$

La fraction $\frac{54}{270}$ est simplifiée en une fraction irréductible $\frac{1}{5}$.

I. Opération sur les fractions

A. Somme et différence de deux fractions

1. ***Somme et différence de fractions de même dénominateur***

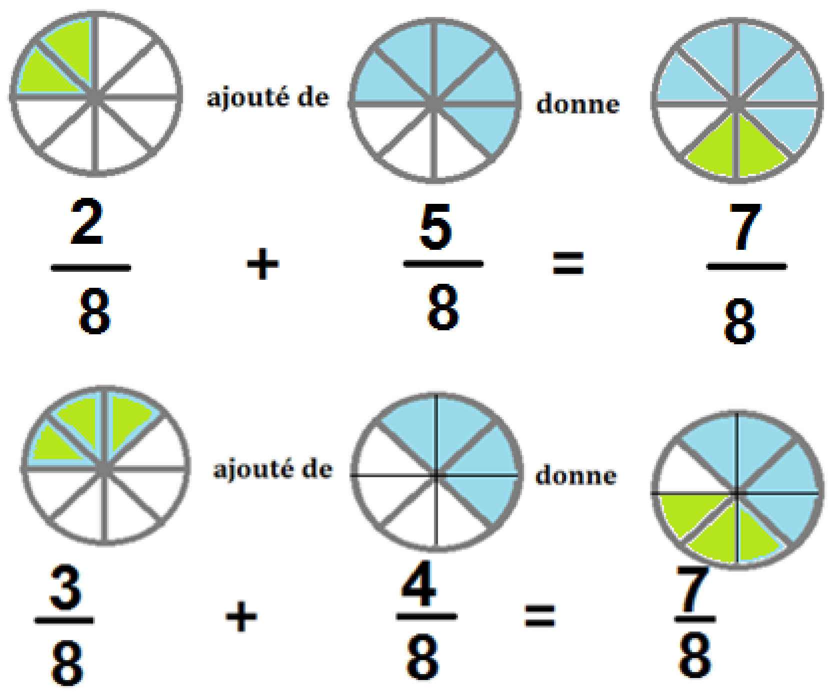
Activité 1 :

1.

a. $\frac{7}{8} = \frac{\mathbf{35}}{40}$

b. $\frac{2}{5} = \frac{\mathbf{16}}{40}$

2.



3. Pour faire l'addition ou la soustraction de deux fractions de même dénominateur, il suffit de faire l'addition ou la soustraction des **NUMERATEURS.**

4. *Si a, b et c sont des entiers relatifs avec c différent de 0, alors :*

$$\frac{a}{c}+\frac{b}{c}=\frac{a+b}{c} \quad \textbf{et} \quad \frac{a}{c}-\frac{b}{c}=\frac{a-b}{c}$$

5.

$$\frac{7}{8}+\frac{2}{5}=\frac{35}{40}+\frac{16}{40}=\frac{35+16}{40}=\frac{51}{40}$$

$$\frac{7}{8}-\frac{2}{5}=\frac{35}{40}-\frac{16}{40}=\frac{35-16}{40}=\frac{19}{40}$$

Activité 2 :

Effectue les opérations suivantes :

a. $\frac{1}{9}+\frac{4}{9}=\frac{5}{9}$; $\frac{3}{15}+\frac{5}{15}=\frac{8}{15}$; $\frac{13}{17}+\frac{4}{17}=\frac{17}{17}=1$; $\frac{10}{3}+\frac{4}{3}=\frac{14}{3}$

b. $\frac{4}{9}-\frac{1}{9}=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$; $\frac{5}{9}-\frac{3}{9}=\frac{2}{9}$; $\frac{13}{17}-\frac{4}{17}=\frac{9}{17}$; $\frac{10}{3}-\frac{4}{3}=\frac{6}{3}=2$

2. ***Somme et différence de fractions de dénominateurs différents***

➢ ***Première méthode***

Activité 3:

- $\frac{1}{10}+\frac{3}{4}=$

$$\frac{1}{10}+\frac{3}{4}=\frac{1\times4}{10\times4}+\frac{3\times10}{4\times10}=\frac{4}{40}+\frac{30}{40}$$

On obtient la somme de deux fractions de même dénominateur.

$$\frac{4}{40}+\frac{30}{40}=\frac{4+30}{40}=\frac{34}{40}$$

On simplifie pour avoir une fraction irréductible

$$\frac{34}{40}=\frac{\cancel{2}\times17}{\cancel{2}\times2\times2\times5}=\frac{17}{20}$$

On obtient : $\frac{1}{10}+\frac{3}{4}=\frac{17}{20}$

- $\frac{5}{3}-\frac{4}{7}$

$$\frac{5}{3}-\frac{4}{7}=\frac{5\times7}{3\times7}-\frac{4\times3}{7\times3}=\frac{35}{21}-\frac{12}{21}$$

On obtient la différence de deux fractions de même dénominateur.

$$\frac{35}{21}-\frac{12}{21}=\frac{35-12}{21}=\frac{23}{21}$$

$\frac{23}{21}$ est déjà une fraction irréductible

On obtient $\mathbf{\frac{5}{3}-\frac{4}{7}=\frac{23}{21}}$

- $2+\frac{3}{2}$

  $2+\frac{3}{2}=\frac{2}{1}+\frac{3}{2}=\frac{2\times2}{1\times2}+\frac{3\times1}{2\times1}$

  $=\frac{4}{2}+\frac{3}{2}=\frac{4+3}{2}=\frac{7}{2}$

  $2+\frac{3}{2}=\frac{7}{2}$

- $1-\frac{6}{7}$

  $1-\frac{6}{7}=\frac{1}{1}-\frac{6}{7}=\frac{1\times7}{1\times7}-\frac{6\times1}{7\times1}=\frac{7}{7}-\frac{6}{7}=\frac{7-6}{7}=\frac{1}{7}$

➢ ***Deuxième méthode : utilisation du PPCM***

Activité 4 :

1. $\frac{1}{16}+\frac{3}{20}=$

Calculons PPCM (16 ; 20) : $16=2^4$ et $20=2^2\times5$, donc PPCM (16 ; 20) = $=2^4\times5$

$\frac{1}{16}+\frac{3}{20}=\frac{1}{2^4}+\frac{3}{2^2\times5}$

- ***Question*** **: pour la fraction** $\frac{1}{2^4}$ **,** $\mathbf{2^4\times\ ?\ =2^4\times5}$
- ***Réponse*** **:** le nombre à chercher est **5**.

  On multiplie le numérateur et le dénominateur de $\frac{1}{2^4}$ **par** 5

  $$\frac{1}{16}=\frac{1}{2^4}=\frac{1\times5}{2^4\times5}$$

- ***Question*** **: pour la fraction** $\frac{3}{2^2\times5}$ **,** $\mathbf{2^2\times5\times\ ?\ =2^4\times5}$
- ***Réponse*** **:** le nombre à chercher est 2^2 car $2^2\times5\times\mathbf{2^2=2^2\times2^2\times5=2^{2+2}\times5=2^4\times5}$

  On multiplie le numérateur et le dénominateur de $\frac{3}{2^2\times5}$ **par** 2^2

  $\frac{3}{20}=\frac{3}{2^2\times5}=\frac{3\times2^2}{2^2\times5\times2^2}=\frac{3\times2^2}{2^4\times5}$

On a alors :

$\frac{1}{16}+\frac{3}{20}=\frac{1}{2^4}+\frac{3}{2^2\times5}=\frac{1\times5}{2^4\times5}+\frac{3\times2^2}{2^4\times5}=\frac{5}{80}+\frac{12}{80}=\frac{17}{80}$

On obtient : $\mathbf{\frac{1}{16}+\frac{3}{20}=\frac{17}{80}}$

2. $\frac{11}{12}-\frac{9}{10}=$

Calculons PPCM (12 ; 10) : $12=2^2\times3$ et $10=2\times5$, donc PPCM (12 ; 10) = $=2^2\times3\times5$

$\frac{11}{12}-\frac{9}{10}=\frac{11}{2^2\times3}-\frac{9}{2\times5}$

- ***Question*** **: pour la fraction** $\frac{11}{2^2\times3}$ **,** $\mathbf{2^2\times3\times\ ?\ =2^2\times3\times5}$
- ***Réponse*** **:** le nombre à chercher est **5**.

  On multiplie le numérateur et le dénominateur de $\frac{11}{2^2\times3}$ **par** 5

$$\frac{11}{12}=\frac{11}{2^2\times3}=\frac{11\times5}{2^2\times3\times5}$$

- ***Question*** **: pour la fraction** $\frac{9}{2\times5}$ **,** $\mathbf{2\times5\times\ ?\ =2^2\times3\times5}$
- ***Réponse*** **:** le nombre à chercher est 2×3 car $2\times5\times2\times3=2\times2\times3\times5=2^2\times3\times5$

  On multiplie le numérateur et le dénominateur de $\frac{9}{2\times5}$ **par** 2×3

  $\frac{9}{10}=\frac{9}{2\times5}=\frac{9\times2\times3}{2\times5\times2\times3}=\frac{9\times2\times3}{2^2\times3\times5}$

On a alors :

$\frac{11}{12}-\frac{9}{10}=\frac{11\times5}{2^2\times3\times5}-\frac{9\times2\times3}{2^2\times3\times5}=\frac{55}{60}-\frac{54}{60}=\frac{1}{60}$

$\boldsymbol{On\ obtient}$: $\mathbf{\frac{11}{12}-\frac{9}{10}=\frac{1}{60}}$

3. $\frac{5}{72}-\frac{7}{108}=$

Calculons PPCM (72 ; 108) : $72=2^3\times3^2$ et $108=2^2\times3^3$, donc PPCM (72 ; 108) = $=2^3\times3^3$

$\frac{5}{72}-\frac{7}{108}=\frac{5}{2^3\times3^2}-\frac{7}{2^2\times3^3}$

- ***Question*** **: pour la fraction** $\frac{5}{2^3\times3^2}$ **:** $2^3\times3^2\times\ ?\ =2^3\times3^3$
- ***Réponse*** **:** le nombre à chercher est 3 car $2^3\times3^2\times3=2^3\times3^3$

  On multiplie le numérateur et le dénominateur de $\frac{5}{2^3\times3^2}$ **par** 3

- $\frac{5}{72}=\frac{5}{2^3\times3^2}=\frac{5\times3}{2^3\times3^2\times3}=\frac{5\times3}{2^3\times3^3}$
- ***Question*** **: pour la fraction** $\frac{7}{2^2\times3^3}$ **:** $2^2\times3^3\times\ ?\ =2^3\times3^3$
- ***Réponse*** **:** le nombre à chercher est 2 car $2^2\times3^3\times2=2^2\times2\times3^3=2^3\times3^3$

On multiplie le numérateur et le dénominateur de $\frac{7}{2^2\times 3^3}$ **par** 2

$$\frac{7}{108}=\frac{7}{2^2\times 3^3}=\frac{7\times 2}{2^2\times 3^3\times 2}=\frac{7\times 2}{2^3\times 3^3}$$

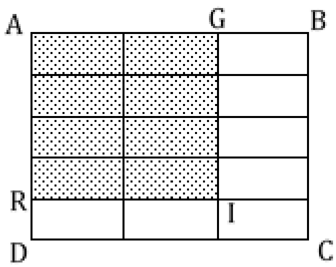
On a alors :

$$\frac{5}{72}-\frac{7}{108}=\frac{5\times 3}{2^3\times 3^3}-\frac{7\times 2}{2^3\times 3^3}=\frac{15}{216}-\frac{14}{216}=\frac{1}{216}$$

On obtient : $\boldsymbol{\frac{5}{72}-\frac{7}{108}=\frac{1}{216}}$

Activité 5:

a. 2. 3. 4.



5. AGIR représente $\frac{8}{15}$ du carré ABCD.
6. Aire(AGIR) = $\frac{2}{3}\times AB\times\frac{4}{5}\times AD=\frac{2}{3}\times\frac{4}{5}\times AB\times AD$ et AB × AD = surface du carré ABCD
7. Si le carré est de côté 1, alors Aire(ABCD) = AB×CD = 1

   Aire(AGIR) = $\frac{2}{3}\times\frac{4}{5}\times AB\times AD=\frac{2}{3}\times\frac{4}{5}=\frac{8}{15}$, car AGIR représente les $\frac{8}{15}$ du carré ABCD

   Mais $\frac{8}{15}=\frac{2\times 4}{3\times 5}$, donc : $\frac{2}{3}\times\frac{4}{5}=\frac{2\times 4}{3\times 5}$

Si a, b, c , d sont des entiers relatifs avec b et d différents de 0, alors : $\boldsymbol{\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{a\times c}{b\times d}}$

Activité 6:

$$A=7\times\frac{2}{5}=\frac{7}{1}\times\frac{2}{5}=\frac{7\times 2}{1\times 5}=\frac{14}{5}\ ;\ B=\frac{3}{7}\times\frac{2}{3}=\frac{3\times 2}{7\times 3}=\frac{2}{7}\ ;\ C=\frac{1}{5}\times\frac{4}{5}=\frac{1\times 4}{5\times 5}=\frac{4}{25}$$

$$D=\frac{4}{5}\times\frac{4}{8}=\frac{4\times 4}{5\times 8}=\frac{4\times 2\times 2}{5\times 4\times 2}=\frac{2}{5}\ ;\ E=\frac{3}{6}\times\frac{1}{2}\times\frac{2}{4}=\frac{3\times 1\times 2}{6\times 2\times 4}=\frac{1\times 6}{6\times 2\times 4}=\frac{1}{8}$$

Activité 8 :

a. P est égal au $\frac{3}{4}$ de 4000m² , c'est-à-dire :

$$P=\frac{3}{4}\times 4000m^2=\frac{3\times 4000}{4}m^2=3000m^2$$

L'aire de la rizière mesure 3 000 m^2.

L'aire de la culture d'oignons est le $\frac{5}{8}$ de celle de la rizière, donc

$$E = \frac{5}{8} \times 3000\,m^2 = \frac{5 \times 3000}{8} m^2 = 1875\,m^2$$

L'aire de culture d'oignon mesure 1 875 m^2.

b. La culture d'oignons représente le $\frac{5}{8}$ de la rizière et la rizière est le $\frac{3}{4}$ de la surface totale du terrain, c'est à dire :

La culture d'oignons représente le $\frac{5}{8}$ du $\frac{3}{4}$ de la surface totale du terrain

Donc la culture d'oignon représente $\frac{5}{8} \times \frac{3}{4} = \frac{15}{32}$ du terrain.

II. Encadrement d'une fraction par deux nombres décimaux consécutifs de même ordre

Activité 1:

1) On effectue la division 30 par 7 et on a : 4,285714……. Encadrons la fraction $\frac{30}{7}$:

   On a les encadrements suivants :

$$4 < \frac{30}{7} < 5 \quad ; \quad 4{,}2 < \frac{30}{7} < 4{,}3 \quad ; \quad 4{,}28 < \frac{30}{7} < 4{,}29$$

2) On donne un encadrement par deux nombres décimaux ayant trois chiffres après la virgule :

$$4{,}285 < \frac{30}{7} < 4{,}286$$

3) On effectue la division 17 par 6 et encadrons la fraction $\frac{17}{6}$ = 2,8333333……..

   - On donne un encadrement par deux nombres entiers naturels consécutifs :

$$2 < \frac{17}{6} < 3$$

   - On donne un encadrement par deux nombres décimaux consécutifs ayant un chiffre après la virgule

$$2{,}8 < \frac{17}{6} < 2{,}9$$

   - On donne un encadrement par deux nombres décimauxconsécutifs ayant deux chiffres après la virgule :

$$2{,}83 < \frac{17}{6} < 2{,}84$$

   - On donne un encadrement par deux nombres décimauxconsécutifs ayant trois chiffres après la virgule :

$$2{,}833 < \frac{17}{6} < 2{,}834$$

Activité 2

- $\frac{11}{6} = 1{,}83333333\,33$…………………………

<u>Encadrons la fraction</u> $\frac{11}{6}$

- par deux nombres entiers naturels consécutifs :

$$1 < \frac{11}{6} < 2$$

- par deux nombres consecutifs ayant un chiffre après la virgule :

$$1{,}8 < \frac{11}{6} < 1{,}9$$

- par deux nombres décimaux consécutifs ayant deux chiffres après la virgule :

$$1{,}83 < \frac{11}{6} < 1{,}84$$

- par deux nombres décimauxconsécutifs ayant trois chiffres après la virgule :

$$1{,}833 < \frac{11}{6} < 1{,}834$$

- $\frac{47}{13} = 3{,}61538461$ ....

Encadrons la fraction $\frac{47}{13}$ **:**

- par deux nombres entiers naturels consécutifs :

$$3 < \frac{47}{13} < 4$$

- par deux nombres décimaux consécutifs ayant un chiffre après la virgule :

$$3{,}6 < \frac{47}{13} < 3{,}7$$

- par deux nombres décimaux consécutifs ayant deux chiffres après la virgule :

$$3{,}61 < \frac{47}{13} < 3{,}62$$

- par deux nombres décimaux consécutifs ayant trois chiffres après la virgule :

$$3{,}615 < \frac{47}{13} < 3{,}616$$

- $\frac{23}{11} = 2{,}090909\ldots$.........

Encadrons la fraction $\frac{23}{11}$ ***:***

- par deux nombres entiers naturels consécutifs :

$$2 < \frac{23}{11} < 3$$

- par deux nombres décimaux consécutifs ayant un chiffre après la virgule :

$$2{,}0 < \frac{23}{11} < 2{,}1 \text{ c'est-à-dire } 2 < \frac{23}{11} < 2{,}1$$

- par deux nombres décimaux consécutifs ayant deux chiffres après la virgule :

$$2{,}09 < \frac{23}{11} < 2{,}10 \text{ c'est-à-dire } 2{,}09 < \frac{23}{11} < 2{,}1$$

- par deux nombres décimaux consécutifs ayant trois chiffres après la virgule :

$$2{,}090 < \frac{23}{11} < 2{,}091 \text{ c'est-à-dire } 2{,}09 < \frac{23}{11} < 2{,}091$$

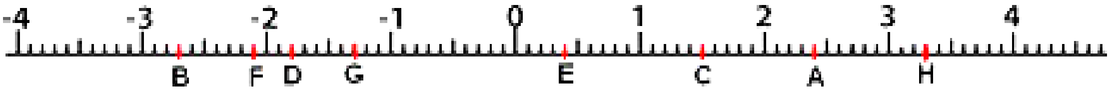
III. Comparaison de nombres décimaux relatifs

Activité 1 :

Dans l'ordre croissant, on a :

0,4 < 1,5 < 1,8 < 2,1 < 2,43 < 2,7 < 2,732

a. La représentation des points A, B, C, D, E, F, G, H sur une droite graduée est :



Activité 2 :

- Pour aller du plus petit au plus grand, on se déplace de la **gauche** vers la **droite**.
- Pour aller du plus grand au plus petit, on se déplace de la **droite** vers la **gauche.**
- Un nombre décimal $\boldsymbol{a}$est plus petit qu'un nombre décimal relatif $\boldsymbol{b}$ si le point **A(a)**est **à gauche** du point **B($\boldsymbol{b}$).**

Activité 3 :

On a :

A(+2,4), B(-2,7), C(+1,5), D(-1,8), E(+0,4), F(-2,1), G(-1,3), H(+3,3)

1) En utilisant le résultat de la question 3) de l'activité 2, on voit que :
$$(-2{,}7) < (-2{,}1) < (-1{,}8) < (-1{,}3) < (+0{,}4) < (+1{,}5) < (+2{,}4) < (+3{,}3).$$
Les nombres décimaux positifs de la liste rangés par ordre croissant sont :
$$(+\mathbf{0,4}) < (+1{,}5) < (+2{,}4) < (+3{,}3).$$
Leurs valeurs numériques sont aussi dans l'ordre croissant.

2) Les nombres décimaux négatifs de la liste rangés par ordre croissant sont :
$$(-\mathbf{2,7}) < (-2{,}1) < (-1{,}8) < (-1{,}3).$$
Leurs valeurs numériques sont dans l'ordre décroissant.

3) a) On a : $A'(-2{,}4)\ et C'(-1{,}5)$
   b) $(+1{,}5) < (+2{,}4)$
   c) $(-2{,}4) < (-1{,}5)$

4)

- « Si des nombres décimaux sont positifs, le plus grand est celui qui a la plus **grande** valeur numérique c'est-à-dire celui qui a la plus grande distance à zéro ».
- « Si des nombres décimaux sont négatifs, le plus grand est celui qui a la plus **petite** valeur numérique c'est-à-dire celui qui a la plus petite distance à zéro ».
- « Si deux nombres décimaux sont dans un ordre donné alors leurs opposés sont dans l'ordre **inverse** ».

Activité 4 :

Utilisons les règles dégagées dans l'activité précédente pour ranger ces nombres. On obtient :

a) $(-0{,}4) < (-0{,}331) < (-0{,}03) < (0{,}3) < (+0{,}303) < (+0{,}33)$

b) $(+1{,}5) > (+1{,}43) > (+1{,}4) > (-1{,}04) > (-1{,}44) > (-1{,}51)$

IV. Puissance d'un nombre décimal relatif

Activité 1

Dans la multiplication $2 \times 3 = 6$, les nombres 2 et 3 sont appelés des FACTEURS. Le nombre 6 est LE PRODUIT de facteurs de 2 et 3.

Activité 2 :

1. a est le produit de 2 facteurs égaux à (-3).
   b est le produit de 3 facteurs égaux à (+4).
   c est le produit de 4 facteurs égaux à (-2).
2. c = $(-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2)=$ $\mathbf{(-2)^5}$
3. Recopie et complète :

*On appelle « puissance $n^{ième}$ d'un nombre décimal relatif a » le produit $a^n = \underbrace{a \times a \times a \times a \times \ldots\ldots \times a \times a}_{n \text{ facteurs}}$ de **n** facteurs égaux au nombre **a**.*

Remarque : $a^1 = a$ et $a^0 = 1$

Activité 3 :

1.

Le nombre	se lit	a pour exposant	est le produit
$\mathbf{(-5)^3}$	(-5) au cube	3	(-5) x (-5) x (-5)
$\mathbf{(-6,2)^5}$	(-6,2) à la puissance 5	5	(-6,5) x (-6,5) x (-6,5) x (-6,5) x (-6,5)
$\mathbf{(-2)^6}$	(-2) à la puissance 6	6	$(-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2)$
$\mathbf{(+1,5)^4}$	(+1,5) à la puissance 4	4	(+1,5)x (+1,5)x (+1,5)x (+1,5)
$\mathbf{(-8)^3}$	(-8) au cube	3	(-8) x (-8) x (-8)

2.
- 5^4 =5 x 5 x 5 x 5 =25 x 5 x 5 = 125 x 5 = 625
- $(-7,2)^2$ = (-7,2) x (-7,2) = 51,84
- $(+3)^4$ = 3 x 3 x 3 x 3 = 9 x 9 = 81
- $(-3,1)^3$ = (-3,1) x (-3,1) x (-3,1) = (-29,791)

Activité 4:

1. $(-2)^2$= +4 ; $(-2)^3$= (-8) ; $(-2)^4$ = +16 ; $(-2)^5$= (-32) ; $(-2)^6$ = +64 ; $(-2)^7$= (-128).
   Le résultat est positif lorsque la puissance d'un nombre décimal négatif est paire et est négatif lorsque la puissance d'un nombre décimal négatif est impaire.
2.

La puissance **paire** d'un nombre décimal négatif est un nombre décimal **positif**.
La puissance **impaire** d'un nombre décimal négatif est un nombre décimal **négatif**.

Activité 5 :

1. $4^3 \times 4^5$ = (4 x 4 x 4) x (4 x 4 x 4 x 4 x 4) = 4 x 4 x 4 x 4 x 4 x 4 x 4 x 4
2. $4^3 \times 4^5$ = (4 x 4 x 4) x (4 x 4 x 4 x 4 x 4) = 4 x 4 x 4 x 4 x 4 x 4 x 4 x 4 = 4^8
3. Remplace les pointillés par des chiffres : $4^3 \times 4^5 = 4^{\mathbf{3+5}} = 4^{\mathbf{8}}$
4.

Pour tout nombre décimal relatif a et tous entiers naturels m et n : $a^m \times a^n = a^{\mathbf{m+n}}$

Activité 6 :

1. $(3\times5)^4 = (3\times5) \text{ x } (3\times5) \text{ x } (3\times5) \text{ x } (3\times5) = 3\times5 \text{ x } 3\times5 \text{ x } 3\times5 \text{ x } 3\times5$
2. $(3\times5)^4$= (3 x 3 x 3 x 3) x (5 x 5 x 5 x5) = $3^4\times5^4$
3. $(3\times5)^4 = 3^4\times5^4$
4.

Pour tous nombres décimaux relatifs a, b et tout entier n : $(a \times b)^n = a^{\mathbf{n}}\times b^{\mathbf{n}}$

Activité 7 :

1. $(-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2) = (-2)^7$
2. $3{,}5\times3{,}5\times3{,}5\times3{,}5\times3{,}5\times3{,}5 = 3{,}5^6$
3. $(+7{,}5)^3\times(+7{,}5)^4 = (+7{,}5)^7$
4. $(-1{,}5)^3\times(-1{,}5)^2\times(-1{,}5)^4 = (-1{,}5)^9$
5. $(-2)\times3\times3\times(-2)\times(-2)\times3 = (-2)\times(-2)\times(-2)\times3\times3\times3 = (-2)^3\times3^3 = [(-2)\times3]^3 = (-6)^3$

Activité 8 :

$$(-2{,}5)^3\times(-4)^2\times(-2{,}5)^4\times(-4)^5 = (-2{,}5)^3\times(-2{,}5)^4\times(-4)^5\times(-4)^2$$
$$= (-2{,}5)^7\times(-4)^7$$
$$= [(-2{,}5)\times(-4)]^7$$
$$= 10^7$$
$$= 10\,000\,000$$

V. Applications du coefficient de proportionnalité

Activité 0 :

Le kilogramme de bananes coûte 950 Ar.

a. Tableau de prix:

Poids (kg)	1	2	3	4	5	6
Prix (Ar)	950	1900	2850	3800	4750	5700

b.

Tableau 1 ; Périmètre d'un carré

Rayon	1	2	3	4	5	6
Périmètre	4	8	12	16	20	24

×4

Tableau 2 ; Aire d'un carré

Rayon	1	2	3	4	5	6
Aire	1	4	9	16	25	36

Seul le tableau 1 est un tableau de proportionnalité car les nombres de la 2ème ligne s'obtiennent en multipliant ceux de la première ligne par un même nombre, à savoir le nombre 4,

$$\text{ou encore : } \frac{4}{1}=\frac{8}{2}=\frac{12}{3}=\frac{16}{4}=\frac{20}{5}=\frac{24}{6}=4$$

Le tableau 2 n'est pas un tableau de proportionnalité car par exemple : $\frac{1}{1}=1$ et $\frac{4}{2}=2$ et $1\neq2$

Activité 1 :

1. C'est un tableau de proportionnalité parce que chaque terme de la 2ème ligne est obtenu en multipliant le terme correspondant à la première ligne par 80 qui est le coefficient de proportionnalité.
2. $\frac{40}{0,5}=\frac{60}{0,75}=\frac{120}{1,5}=\frac{200}{2,5}=\frac{240}{3}=\frac{320}{4}=80$.
   Le résultat du rapport entre les distances parcourues et les durées de parcours est égal au coefficient de proportionnalité.
3. L'unité du coefficient de ce rapport est : kilomètre par heure (km / h)
4.

- *La **vitesse moyenne** notée « **v** » d'un mobile sur un trajet est le rapport entre la distance parcourue et la durée du trajet.*
- *Si la distance « **d** » est en km (kilomètre) et la durée « **t** » en h (heure) alors **v** est en kilomètre par heure.*
  *La vitesse moyenne **v** est alors exprimée en (km/h)*
- *La formule de la vitesse moyenne est :* $\boxed{\mathbf{v}=\frac{\mathbf{d}}{\mathbf{t}}}$
- *La distance parcourue est donc :* $\boxed{\mathbf{d}=\mathbf{v}\times\mathbf{t}}$

Activité 2 :

1. La distance parcourue est de 180 km, la durée de parcours = 11h30 - 8h30 = 3h

$$Vitesse\ moyenne\ = \frac{180}{3} = 60\ km/h$$

2. Comme $\mathbf{d = v \times t}$**,** la distance Mahajanga – Ambondromamy est de 60 x 4 = 240km
3. $\mathbf{d = v \times t}$ donc $\mathbf{400 = 80 \times t}$**,** soit $t = \frac{400}{8} = 5h$

Activité 3 :

1. Le coefficient de proportionnalité est : $\frac{27,2}{2} = 13,6$
2. Appelons x, y, z, t, s les nombres à chercher :

Volume (en dm^3)	0,25	**y**	1,5	2	2,5	**s**
Masse(en kg)	**x**	6,8	**z**	27,2	**t**	40,8

La $2^{ème}$ ligne s'obtient en multipliant la $1^{ère}$ par 13,6 et la $1^{ère}$ s'obtient en divisant la $2^{ème}$ ligne :

$$x = 0,25 \times 13,6 = 3,4\ ;\ y = \frac{6,8}{13,6} = 0,5\ ;\ z = 1,5 \times 13,6 = 20,4\ ;\ t = 2,5 \times 13,6 = 34\ ;\ s = \frac{40,8}{13,6} = 3$$

D'où le tableau :

Volume (en dm^3)	0,25	**0,5**	1,5	2	2,5	**3**
Masse(en kg)	**3,4**	6,8	**20,4**	27,2	**34**	40,8

3. L'unité de coefficient de ce rapport est : kilogramme par dm^3 (kg/dm^3).
4.

- *La **masse volumique** notée « **ρ** » d'un solide est le rapport entre sa masse et son volume.*

*-Si la masse **M** est en kg (kilogramme) et le volume **V** en dm^3 alors **ρ** est en kilogramme par dm^3.*
*La masse volumique **ρ** est alors exprimée en(kg/dm^3)*

-La formule da la masse volumique est : $\boxed{\rho = \frac{M}{V}}$

La masse est donc : $\boxed{M = \rho \times V}$

Activité 4 :

La masse volumique d'un bois de forêt est de 800kg /m^3

1. $1m^3$ de ce bois pèse 800kg
2. $\frac{800\ kg}{1\ m^3} = \frac{800\ kg}{1000\ dm^3} = 0,8\ kg/dm^3$
3. $M = \rho \times V$, donc $V = \frac{M}{\rho} = \frac{160\ kg}{800\ kg/m^3} = 0,2\ m^3$

Activité 5:

1.

$\frac{36}{3}=\frac{60}{5}=\frac{96}{8}=\frac{144}{12}=\frac{240}{20}=12$, donc le tableau est un tableau de proportionnalité.

Le coefficient de proportionnalité est 12.

2. L'unité de ce coefficient est le litre par seconde (l/s).

- *Le **débit moyen** noté **« d »** d'un liquide est le rapport entre son <u>volume</u> qui s'écoule et la <u>durée</u> de l'écoulement.*
- *Si le volume **V** est en **l (**litre) et la durée d'écoulement **t** en **s** (seconde) alors $\boldsymbol{d}$ est en <u>litre</u> par <u>seconde</u>. Le débit moyen est alors exprimé en (<u>l/s</u>).*
- *La formule du débit moyen est :* $\boxed{\boldsymbol{d} = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{t}}}$
- *Le volume est donc :* $\boxed{\mathbf{V} = \boldsymbol{d} \times \mathbf{t}}$

Activité 6:

1. La machine aspire 25 litre par minute.
2. Trois quart d'heure = 45 minutes, donc V=25 l/mn x 45 mn = 1125 l.
3. Le volume du réservoir est de V = 2,5 x 1,1 x 1 = 2,75 m^3, soit 2750l.

   $V = d \times t$, donc $t = \frac{V}{d} = \frac{2750\text{ l}}{25\text{ l/mn}} = 110\text{ mn} = 1\text{h}50\text{ mn}$