

PROPORTIONNALITE

A la fin des activités de cette fiche, je dois être capable de :

- reconnaître :
 - une situation de proportionnalité.
 - les suites proportionnelles.
 - le coefficient de proportionnalité.
 - le tableau de proportionnalité.
 - la proportion
- justifier que deux suites sont proportionnelles.
- représenter sous forme de tableau une situation de proportionnalité.
- utiliser des propriétés de suites proportionnelles pour résoudre des problèmes de la vie courante.

A. Une situation de proportionnalité !...

J'observe et je découvre

Activité 1 : Pour préparer la rentrée scolaire, Kalo doit acheter plusieurs cahiers de 100 pages. Pour cela elle étudie le prix à payer en fonction du nombre de cahiers. Un cahier de 100 pages coûte 400 ariary.

1. Aide-la en recopiant et en complétant le tableau ci-dessous :

Nombre de cahiers achetés	1	2	3	4	5	6	7	
Prix en Ariary	400							

x

2. Comment as-tu calculé les nombres de la deuxième ligne à partir des nombres de la première ligne ?

- Le tableau obtenu est dit « **tableau de proportionnalité** »
- Nous disons que « **les prix des cahiers** (nombres de la deuxième ligne) **sont proportionnels aux nombres de cahiers** (nombres de la première ligne) »
- Le nombre $k = 400$ par lequel on a multiplié les nombres de la première ligne pour obtenir les nombres de la deuxième ligne est appelé « **coefficient de proportionnalité** »

Je contrôle mes connaissances

3. **Voyons si tu as bien compris**

Voici un tableau résumant la quantité d'eau débitée par un robinet :

Durée (en minutes)	5	10	25	30	60	90
Quantité (en litres)	100	200	500	600	1200	1800

- a) Ce tableau est-il un tableau de proportionnalité ? Justifie ta réponse.
- b) Si oui, quelle est la valeur du coefficient de proportionnalité ? Que représente réellement ce nombre ?
- c) Complète : « sont proportionnelles aux »

B. Une façon de définir deux suites de nombres proportionnels !...

J'observe et je découvre

Activité 2 : Voici un tableau de proportionnalité :

Ligne 1	a	b	c	d
---------	---	---	---	---	------	------

x k

Ligne 2	x	y	z	t
------------	---	---	---	---	------	------

1. Exprime x, y, z, t en fonction de k et de a, b, c, d.

2. Compare les rapports $\frac{x}{a}, \frac{y}{b}, \frac{z}{c}, \frac{t}{d}$.

3. Recopie et complète :

Je retiens la propriété

■ « x, y, z, t,.... sont proportionnels aux nombres a, b, c, d, ... » signifie : « $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c} = \frac{t}{d} = \dots\dots\dots$ »

La valeur commune k de ces rapports est le « **coefficient de proportionnalité** »

C. Un petit exercice pour s'assurer que tu as compris !...

Je contrôle mes connaissances

Exercice 1 : Le côté d'un carré mesure c centimètres.

1. Complète le tableau suivant:

Côté a (en cm)	4	3	5	1	2	0,5
Périmètre p (en cm)						
Surface S (en cm ²)						

2. Le périmètre d'un carré est-il proportionnel à la longueur de son côté ?

3. L'aire d'un carré est-elle proportionnelle à la longueur de son côté ?

D. Qu'est ce qu'une proportion ?...Et quelles sont ses propriétés ?...

J'observe et je découvre

Activité 3 : Une voiture parcourt 280 km en 4 heures.

1. Sachant que la distance parcourue est proportionnelle au temps, quelle distance parcourt-elle en 3 heures ?

2. Traduis le résultat précédent par une égalité de deux rapports.

Cette égalité est appelée « **proportion** ».

J'énonce la définition

3. Recopie et complète :

Une proportion est de deux rapports.

« Dans une proportion, les deux dénominateurs sont aux deux numérateurs. »

Je réinvestis

4. Donne deux exemples de proportion.

J'observe et je découvre

Activité 4 :

1. Voici une proportion : $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ (b et d sont non nuls). Mets les deux rapports au même dénominateur.

a) Que devient l'égalité ?

b) Que peut-on en déduire pour ad et bc ?

c) Complète : . Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ alors : =

2. Supposons maintenant que a, b, c, d sont des nombres où b et d sont non nuls et ad = bc. Divise les deux membres par bd et simplifie. Qu'obtiens-tu ?

J'énonce les propriétés

3. Recopie et complète :

- Si a, b, c, d sont tels que ad = bc (avec b et d non nuls), alors =

- $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ équivaut à

Je réinvestis

Exercice 2 : Utilise les propriétés ci-dessus pour trouver l'inconnu !...

- Deux litres de lait pèsent 2,20 kg. Combien pèsent 7 litres de lait ?
- 25 mètres d'un tissu coûtent 45625 Ar. Combien coûtent 12 mètres de ce tissu ?

Exercice 3 : Des nouvelles proportions à partir d'une proportion donnée !...

a, b, c, d sont quatre nombres non nuls. Utilise les résultats de l'activité 4 pour montrer que les cinq affirmations

suivantes sont équivalentes : 1) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ 2) $ad = bc$ 3) $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$ 4) $\frac{d}{b} = \frac{c}{a}$ 5) $\frac{b}{a} = \frac{d}{c}$

E. Une situation pour une nouvelle propriété !...

J'observe et je découvre

Activité 5: Grand-mère Baomena veut distribuer une somme d'argent de 51750 ariary à ses trois filles Zarasoa, Volamamy et Ikalohasina.

Zarasoa a 2 enfants, Volamamy en a 5, et Ikalohasina en a 8.

Elle décide de donner à chacune de ses filles une somme proportionnelle au nombre de ses enfants.

Aidons-la à calculer la somme à donner à chacune de ses filles.

Pour cela, appelons k le coefficient de proportionnalité et a, b, c les sommes à donner à chaque fille.

- Que vaut la somme $a + b + c$?
- Exprime a, b, c et $a + b + c$ en fonction de k puis complète le tableau de proportionnalité traduisant que les parts sont proportionnels aux nombres d'enfants :

Nombre d'enfants de la fille	2	5	8	?
Part de la fille en Ariary	a	b	c	$a + b + c = 51750$

Que représente le nombre par lequel on a complété le tableau ?

- Déduis de ce tableau la part de chacune des trois filles.

F. Généralisons le résultat précédent !...

J'énonce la propriété

Activité 6 : En utilisant une méthode analogue à celle utilisée dans l'activité 5 complète le tableau de proportionnalité suivant par des nombres qui dépendent de a, b, c, d pour la première ligne et de x, y, z et t pour la deuxième ligne.

a	b	c	d	$a + b$			$a + b - c$
x	y	z	t		$x - y$	$x + y + z$	

Recopie et complète:

Si $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$ alors $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c} = \frac{\dots + \dots}{a + b} = \frac{x - y}{\dots - \dots} = \frac{x + y + z}{\dots + \dots + \dots} = \frac{\dots}{a + b - c}$
--

Je réinvestis

Exercice 4 : Les mesures des côtés d'un triangle sont proportionnelles aux nombres 3, 4 et 6 et son périmètre est de 26cm. Calcule les mesures de ses côtés.

G. Une situation intéressante !...

Je contrôle mes nouvelles connaissances

Exercice 5 :

1. La longueur et la largeur d'un terrain rectangulaire sont proportionnelles à 5 et 3. Son périmètre est de 128m.

Calcule sa superficie.

2. Un terrain ayant la forme d'un trapèze isocèle a la même superficie que le terrain précédent.

La hauteur de ce trapèze est de 24m et ses bases sont proportionnelles à 3 et 5.

- a) Calcule les longueurs de ses bases.
- b) Trace le trapèze de petite base [AB] et de grande base [DC] représentant ce terrain à l'échelle 1/10.
- c) Les hauteurs issues de A et de B coupe [DC] respectivement en M et N. Quelles sont les mesures de [DM] et de [NC] ?
- d) Calcule la longueur des côtés latéraux et le périmètre de ce trapèze.