Triangle rectangle

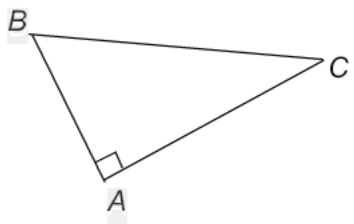
Activité 1 :

1. C'est la figure 3 qui représente un triangle rectangle.
2.
   a. Un triangle est rectangle s'il a un angle **droit** c'est-à-dire s'il a deux côtés **perpendiculaires**
   b. Le côté le plus long dans un triangle rectangle est appelé **hypoténuse**
   c. Le côté le plus long est opposé à **l'angle droit**
3. Deux angles dont la somme des mesures est de 90° sont dits « **complémentaires »**
   Deux angles dont la somme des mesures vaut 180° sont dits « **supplémentaires** »

A. Angles d'un triangle rectangle

Activité 2 :

1.



a) La somme des angles d'un triangle est égale à 180°

b) ♦Justification de « Si un triangle ABC a un angle droit en A, alors ses deux autres angles $\hat{B}$ et $\hat{C}$ sont complémentaires »

mes $\hat{A}$ + mes $\hat{B}$ + mes $\hat{C}$= 180°
Comme le triangle ABC est rectangle en A, on a mes A =90°
Donc 90°+mes $\widehat{B}$ + mes $\hat{C}$= 180°
Alors mes $\widehat{B}$ + mes $\hat{C}$ = 90°, donc sont complémentaires

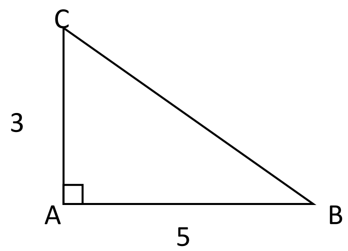
♦ Justification de « si les angles $\hat{B}$ et $\hat{C}$d'un triangle ABC sont complémentaires alors ce triangle est rectangle en A »
« Les angles $\hat{B}$ et $\widehat{C}$ sont des angles complémentaires » veut dire que :
mes $\widehat{B}$ + mes $\hat{C}$ = 90°.
Comme la somme des angles d'un triangle est égale à 180°, alors mes $\hat{A}$ = 90° et le triangle ABC est rectangle en A.

B. Construction d'un triangle rectangle connaissant deux de ses côtés

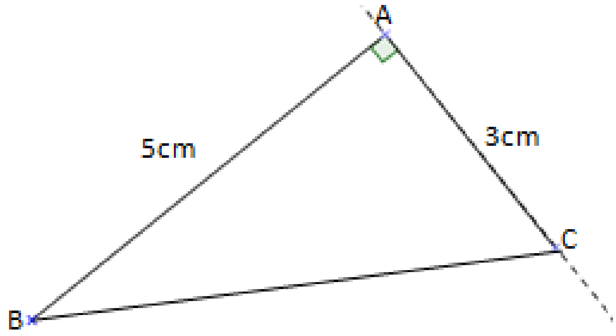
Activité 3 :

➢ ***Construction d'un triangle rectangle connaissant les deux côtés de l'angle droit :***

1. On va construire un triangle ABC rectangle en A tel que AB = 5cm et AC = 3cm.
   a. une esquisse du triangle ABC

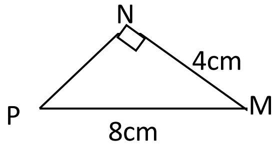


b. Description de la construction :
   - On trace un segment [AB] de longueur 5cm
   - On trace un segment [AC] de support perpendiculaire à(AB), de mesure 3cm
   - On trace le segment [CB]

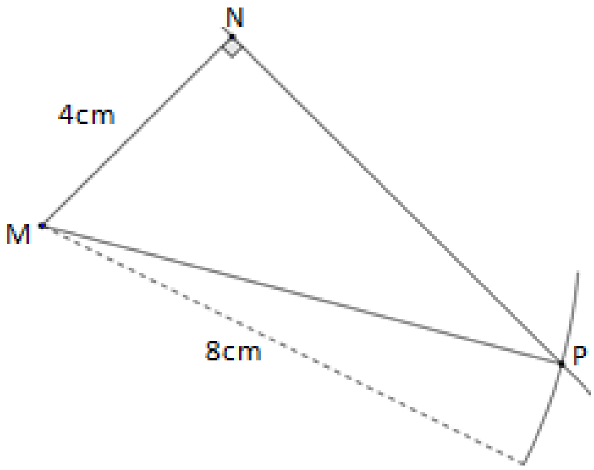


➢ ***Construction d'un triangle rectangle connaissant l'hypoténuse et un côté de l'angle droit :***

2. On va tracer un triangle MNP rectangle en N tel que MN = 4 et MP = 8.
   a. Une esquisse du triangle MNP en écrivant les mesures connues.



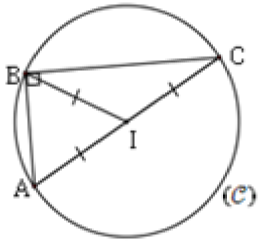
   b. On trace le segment [MN].côté de l'angle droit, de mesure 4cm
      On trace une droite (d) passant par N et perpendiculaire au support de [MN]
      On trace le cercle de centre M et de rayon 8cm
      Le cercle coupe la droite (d) au point P
      On joint les points M et P



3. *« Pour construire un triangle rectangle, il suffit de connaître les longueurs de* ***deux*** *côtés de ce triangle ».*

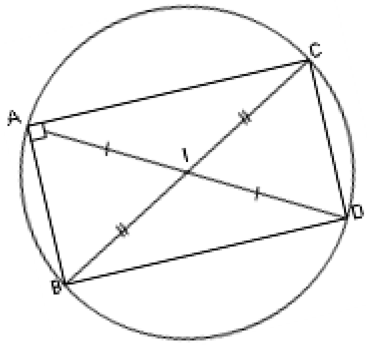
C. Cercle circonscrit à un triangle rectangle

Activité 4 : voir figure.



1. [AC] est l'hypoténuse de ce triangle.
2. voir figure
3. Les points A, B, C sont sur le cercle $(\mathscr{C})$.
   Le cercle $(\mathscr{C})$ est appelé « **cercle circonscrit au triangle ABC »**

Activité 5



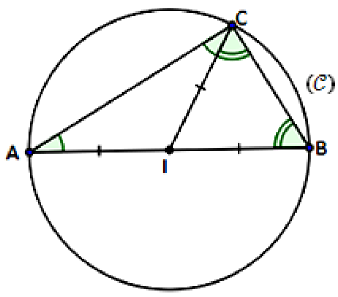
1. D est symétrique de A par rapport à I, donc I milieu de [AD].
   Les diagonales [AD] et [BC] du quadrilatère ABDC se coupent en leur milieu I, donc ABDC est un parallélogramme. De plus, il a un angle droit en A, donc ABDC est un rectangle.
2. Pour les deux triangles ABC et CDA, on a : AB = DC, AC = CA et mes $\hat{A}$ = mes $\hat{C}$, donc les deux triangles sont superposables et AD = BC.
   Comme AD = BC et I milieu de [AD] et de [BC], on a : IA = ID = IB = IC.
3. En particulier IA = IB = IC, les points A, B, C sont sur le cercle de centre I et de rayon IA,
   donc I est le centre du cercle circonscrit à ABC.
4. voir figure.

« Le centre du cercle circonscrit à un triangle rectangle est le **milieu** de son hypoténuse »

D. Triangle inscrit dans un demi-cercle.

Activité 6 :

1. 2. et 3. voir figure



3.

a. IA = IB = IC car A, B et C sont sur le cercle de centre I. Donc les triangles AIC et BIC sont isocèles de sommet I.
On en déduit que les angles à la base des triangles AIC et BIC ont même mesure.
D'où mes $\widehat{BAC}$= mes $\widehat{ACI}$ et mes $\widehat{ICB}$ = mes $\widehat{CBA}$.

b. Dans le triangle ABC, on a : mes $\widehat{ACB}$ + <u>mes $\widehat{BAC}$ + mes $\widehat{CBA}$</u> = 180°,
mais <u>mes $\widehat{BAC}$ + mes $\widehat{CBA}$</u> = mes $\widehat{ACI}$ + mes $\widehat{ICB}$ <u>= mes $\widehat{ACB}$</u> ,

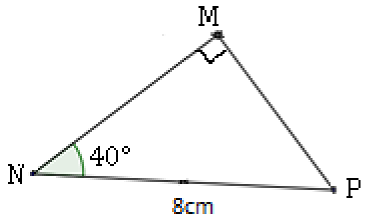
donc mes $\widehat{ACB}$ + mes $\widehat{ACB}$ = 180°, c'est-à-dire 2 x mes $\widehat{ACB}$ = 180°, d'où mes $\widehat{ACB}$ = 90°.

4. mes $\widehat{ACB}$ = 90°, donc le triangle ABC est rectangle en C

Si un triangle est inscrit dans un cercle qui a pour diamètre un de ses côtés , alors le triangle est ***rectangle.***

E. Construction d’un triangle rectangle connaissant un angle aigu et l’hypoténuse.

Activité 7 :



1. L’hypoténuse de MNP est le côté [NP] opposé à l’angle droit $\widehat{M}$?
2. Le point M est sur le cercle circonscrit à MNP, donc sur le cercle de diamètre [NP]. La position de M sur ce cercle est déterminée par la mesure de l’angle $\widehat{MNP}$.

3. Pour construire le triangle MNP :
    a. On construit un segment [NP] de longueur NP = 8cm et on construit le milieu I de [NP].
    b. On trace le cercle (C) de centre I passant par N
    c. On construit la demi-droite [Nx) telle que mes $\widehat{PNx}$ = 40°. M est l’intersection de [Nx) avec le cercle (C).