

# PROPRIETES DE THALES

A la fin des activités, je dois être capable de connaître les propriétés directe et réciproque de Thalès.

## Propriétés directes de Thalès

*J'observe et je découvre*

### Activités 1

L'unité de longueur est le *cm*.

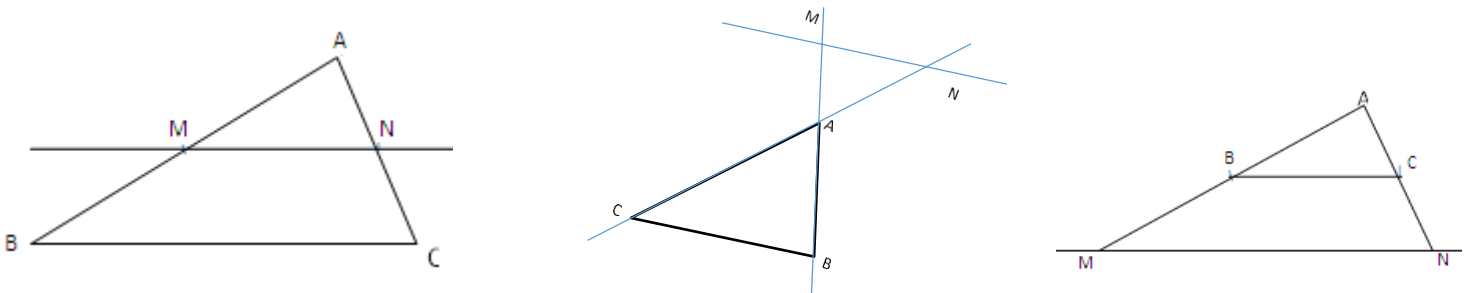
- 1) Construis un triangle  $CEG$  tel que  $CE = 5$  et  $CG = 10$  puis  $EG = 9$ .
- 2) Place un point  $R$  sur  $[CE]$  tel que  $CR = 3$ .
- 3) Trace une droite passant par  $R$  et parallèle à  $(EG)$ . Cette droite coupe  $[CG]$  en  $S$ .
- 4) Mesure  $CS$  à l'aide d'une règle graduée.
- 5) Calcule et compare les quotients  $\frac{CR}{CE}$  et  $\frac{CS}{CG}$
- 6) Qu'est-ce qu'on peut conclure.

*Je retiens l'essentiel*

$ABC$  est un triangle,  $M$  est un point de la droite  $(AB)$  et  $N$  est un point de la droite  $(AC)$

Si  $(MN) \parallel (BC)$  alors  $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$

On a trois figures possibles:



*J'applique la nouvelle connaissance*

### Activité 2 :

Détermine la valeur de  $x$  dans chacun des cas ci-dessous.

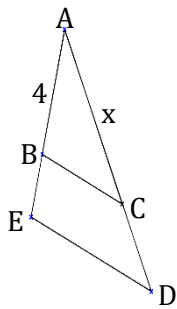


Fig.1

$AE=6$  ;  $AD=9$   
 $AC=x$  ;  $(BC) \parallel (ED)$

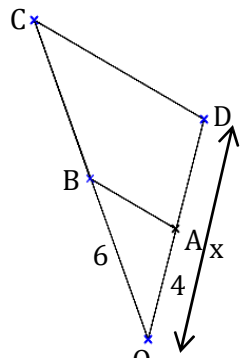


Fig.2

$OC=12$  ;  $OB=6$   
 $OA=4$  ;  $OD=x$   
 $(CD) \parallel (AB)$

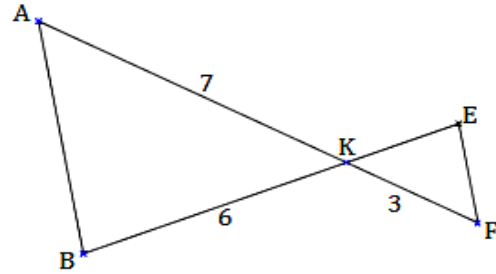


Fig.3

$AK=7$  ;  $KF=3$  ;  
 $KB=6$  ;  $KE=x$   
 $(AB) \parallel (EF)$

### Activités 3 : Démonstration dans le cas simple du théorème de Thalès

ABC est un triangle. M un point de [AB] et N le point de [AC] tel que  $(MN) \parallel (BC)$ .

On veut démontrer que  $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$

I. Trace la hauteur (NP) du triangle AMN issue du sommet N.

1. En utilisant la hauteur (NP), exprime l'aire du triangle AMN et celle du triangle ABN
2. En déduire que

$$\frac{AM}{AB} = \frac{\text{Aire}(AMN)}{\text{Aire}(ABN)} \quad (1)$$

II. Trace la hauteur (MQ) du triangle AMN issue du sommet M

1. En utilisant la hauteur (MQ), exprime l'aire du triangle AMN et celle du triangle ACM.
2. En déduire que

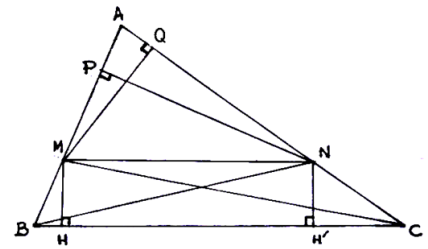
$$\frac{AN}{AC} = \frac{\text{Aire}(AMN)}{\text{Aire}(ACM)} \quad (2)$$

III. Trace la hauteur (MH) du triangle BCM et la hauteur (NH') du triangle BCN.

1. Quelle est la nature du quadrilatère MNH'H ?
2. Montre que  $\text{Aire}(BCM) = \text{Aire}(BCN)$ .
3. Déduis-en que  $\text{Aire}(ABN) = \text{Aire}(ACM)$  (3)

IV. A partir des égalités (1), (2) et (3), établisque

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$$



---

## *Théorème réciproque de Thalès*

---

*J'observe et je découvre*

### Activités 4

- 1) Trace un triangle  $ABC$  tel que  $AB = 12\text{cm}$ ,  $AC = 9\text{cm}$ ,  $BC = 7\text{cm}$
- 2) Place sur  $[AB]$  le point  $M$  tel que  $AM = 8\text{cm}$  et sur  $[AC]$  le point  $N$  tel que  $AN = 6\text{cm}$ .
- 3) Calcule les rapports  $\frac{AM}{AB}$  et  $\frac{AN}{AC}$ .
- 4) Vérifie à l'aide de la règle et de l'équerre que  $(MN) \parallel (BC)$ .
- 5) Qu'est-ce qu'on peut conclure ?

*Je retiens l'essentiel*

Théorème réciproque de Thalès

$ABC$  est un triangle.

$M$  est un point de  $(AB)$  et  $N$  est un point de  $(AC)$  tel que la position de  $M$  par rapport à  $A$  et

$B$  soit la même que celle de  $N$  par rapport à  $A$  et  $C$ .

$$\text{Si } \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} \text{ alors } (MN) \parallel (BC).$$

## Utilisation des propriétés de Thalès

A la fin des activités, tu dois être capable d'utiliser la propriété de Thalès pour :

- Déterminer la mesure des longueurs des segments,
- diviser un segment en plusieurs segments de même longueur,
- établir des proportions.

### Je révise

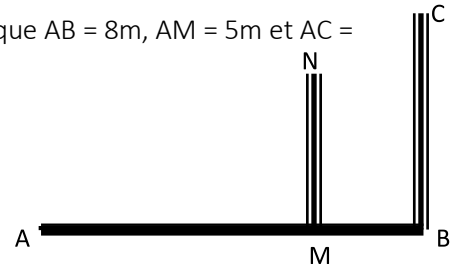
#### Activité 1

Enonce la propriété directe de Thalès dans un triangle.

### J'utilise la propriété

#### Activité 2 Utile pour choisir les dimensions des tôles à acheter

La figure ci-contre représente une demi-ferme de toit d'une maison. Sachant que  $AB = 8\text{m}$ ,  $AM = 5\text{m}$  et  $AC = 12\text{m}$ , calcule la longueur  $AN$ .



### Je découvre une méthode

#### Activité 3 Diviser exactement un segment !... Oui, mais comment ?...

On veut diviser un segment  $[AB]$  en 5 parties égales. Pour cela, on trace une demi-droite  $[Ax)$  non parallèle à  $(AB)$ .

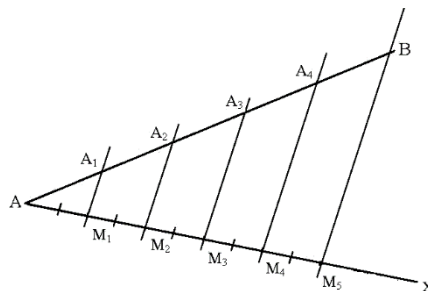
1. Sur  $[Ax)$ , en utilisant une règle graduée ou un compas, place successivement  $M_5$  tels que :

$$AM_1 = M_1M_2 = M_2M_3 = M_3M_4 = M_4M_5.$$

Construis la figure et exprime  $AM_2$ ,  $AM_3$ ,  $AM_4$ ,  $AM_5$  en fonction de  $AM_1$ .



2. Trace la droite  $(BM_5)$  et les droites parallèles à  $(BM_5)$  passant par  $M_1$ ,  $M_2$ ,  $M_3$ ,  $M_4$ . Ces parallèles coupent  $[AB]$  respectivement en  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$ ,  $A_4$  (voir figure ci-contre)



3. En appliquant la propriété de Thalès, établis que :

$$\frac{AA_1}{AB} = \frac{AM_1}{AM_5} = \frac{1}{5},$$

$$\frac{AA_2}{AB} = \frac{AM_2}{AM_5} = \frac{2}{5},$$

$$\frac{AA_3}{AB} = \frac{AM_3}{AM_5} = \frac{3}{5}$$

$$\text{Et } \frac{AA_4}{AB} = \frac{AM_4}{AM_5} = \frac{4}{5}$$

4. Montre alors que  $AA_1 = A_1A_2 = A_2A_3 = A_3A_4 = A_4B = \frac{1}{5}AB$

5. En t'inspirant de la méthode utilisée dans cet exercice, décris les étapes à suivre pour diviser un segment  $[AB]$  de longueur 10cm en 7 parties égales.

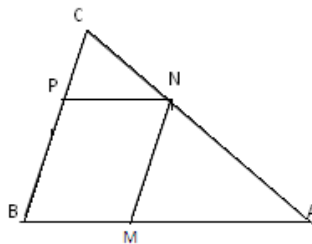
*Je découvre une autre propriété*

#### Activité 4

1. Montre que :

2. si  $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$  alors  $\frac{b-a}{b} = \frac{d-c}{d}$  (1)

3. Dans la figure de gauche, on a :  $(MN) \parallel (BC)$  et  $(NP) \parallel (AB)$ .



a) Montre que

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} \text{ et } \frac{CP}{CB} = \frac{CN}{CA}$$

b) En utilisant la propriété (1), montre que :

$$\frac{NA}{CA} = \frac{NM}{CB}$$

*J'utilise cette nouvelle propriété*

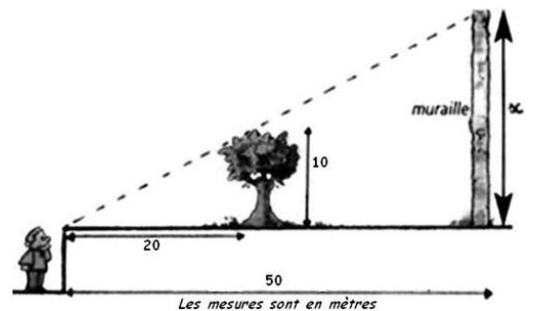
**Activité 5** A quoi peut servir cette nouvelle propriété ?...

Observe l'image ci-contre.

1. Trace une figure géométrique représentant la situation.

2. En appliquant la propriété établie dans l'exercice 3, calcule la hauteur x de la muraille

3. On sait qu'un pied vaut environ 30,5 cm, quelle est alors la hauteur en pieds de cette muraille.



**Activité 6** Encore deux configurations de Thalès dans une même figure

$ANE$  est un triangle. Une droite parallèle à  $(AE)$  coupe  $[EN]$  en  $D$  et  $[AN]$  en  $B$ .  $C$  est le symétrique de  $D$  par

rapport au point  $B$ .

Démontrez que  $\frac{MA}{MB} = \frac{NA}{NB}$

