

TRIGONOMETRIE

TRIGONOMETRIE DANS UN TRIANGLE RECTANGLE

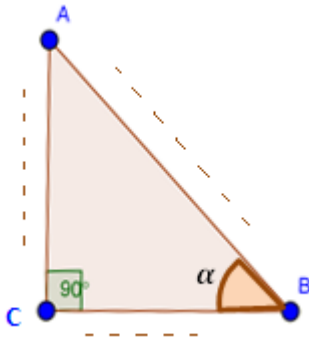
A la fin de ces activités, je dois être capable de (d') :

- Acquérir une première notion de Trigonométrie;
- Connaître quelques applications élémentaires de la Trigonométrie

Je révise

Activités 1:

1. Complète les pointillés suivants par des termes appropriés : hypoténuse, côté opposé à l'angle \hat{a} , côté adjacent à l'angle \hat{a} .

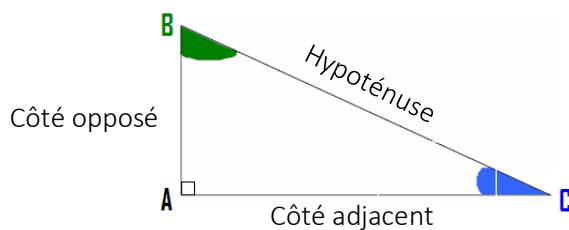


2. Complète le pointillé suivant :

On dit que deux angles \hat{B} et \hat{C} sont si $mes \hat{B} + mes \hat{C} = 90^\circ$

J'observe et je découvre

Activité 2 Des propriétés à découvrir



$$\sin \hat{a} = \frac{\text{Côté opposé à } \hat{a}}{\text{Hypoténuse}} = \frac{AB}{BC}$$

$$\cos \hat{a} = \frac{\text{Côté adjacent à } \hat{a}}{\text{Hypoténuse}} = \frac{AC}{BC}$$

$$\tan \hat{a} = \frac{\text{Côté opposé à } \hat{a}}{\text{Côté adjacent à } \hat{a}} = \frac{AB}{AC}$$

- 1) A l'aide de la définition de sinus et cosinus, exprime le rapport de : $\frac{\sin \hat{C}}{\cos \hat{C}}$, compare avec $\tan \hat{C}$
- 2) Exprime en fonction de AB, BC et AC : $\sin \hat{B}$ et $\cos \hat{B}$
- 3) Compare le résultat avec $\sin \hat{C}$ et $\cos \hat{C}$.

4) Justifie que dans un triangle ABC rectangle en A, les angles \widehat{B} et \widehat{C} sont complémentaires.

Complète si deux angles \widehat{B} et \widehat{C} sont complémentaires alors $\sin \widehat{B} = \dots$ et $\sin \widehat{C} = \dots$

5) Sur le triangle ABC, utilise le théorème de Pythagore ($AB^2 + AC^2 = BC^2$) pour démontrer que :

$$\sin^2 \hat{\alpha} + \cos^2 \hat{\alpha} = 1$$

$$\text{Notation: } \sin^2 \hat{\alpha} = (\sin \hat{\alpha})^2 \text{ et } \cos^2 \hat{\alpha} = (\cos \hat{\alpha})^2$$

Je retiens l'essentiel

❖ Dans un triangle rectangle ABC rectangle en A, on définit :

■ Le cosinus de l'angle $\hat{\alpha}$

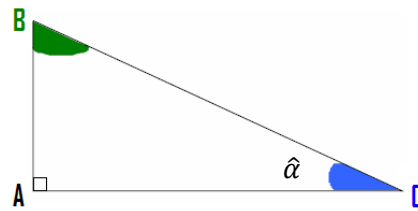
$$\cos \hat{\alpha} = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}} = \frac{AC}{BC}$$

■ Le sinus de l'angle $\hat{\alpha}$

$$\sin \hat{\alpha} = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}} = \frac{AB}{BC}$$

■ La tangente de l'angle $\hat{\alpha}$

$$\tan \hat{\alpha} = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}} = \frac{AB}{AC}$$



❖ Quel que soit l'angle $\hat{\alpha}$, on a toujours

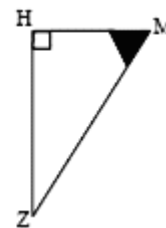
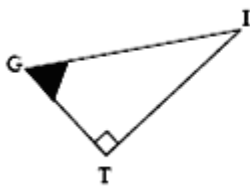
$$\sin^2 \hat{\alpha} + \cos^2 \hat{\alpha} = 1$$

❖ Si deux angles \hat{A} et \hat{B} sont complémentaires alors $\sin \hat{A} = \cos \hat{B}$ et $\sin \hat{B} = \cos \hat{A}$

Je m'entraîne

Activités 3

Pour chacun des triangles ci-dessous nomme les différents côtés puis écris les rapports trigonométriques (sinus, cosinus et tangente) de l'angle indiqué.



Activités 4 Exercice d'application

Soit α la mesure d'un angle dans un triangle rectangle

- Si $\cos \alpha = 0,7$ alors $\sin \alpha = ?$
 - Si $\cos \alpha = \frac{3}{4}$ alors $\sin \alpha = ?$
 - Si $\sin \alpha = \frac{5}{8}$ alors $\cos \alpha = ?$
 - Si $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}$ alors $\cos \alpha = ?$
- Trouver \tan dans a) ; b) ; c) et d)

Activité 5 Angles remarquables

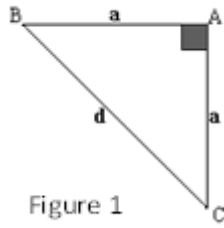


Figure 1

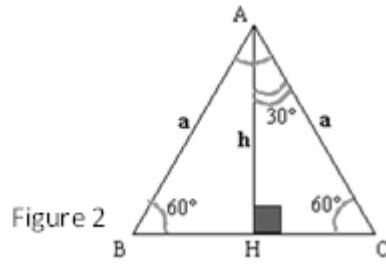


Figure 2

1. Observe bien les figures 1 et 2
2. Dans la figure 1 :
 - a) Donne les mesures des angles \hat{B} et \hat{C}
 - b) Exprime d en fonction de a .
 - c) Trouve alors les valeurs de : $\sin 45^\circ$; $\cos 45^\circ$ et $\tan 45^\circ$
3. Dans la figure 2 :
 - a) Donne la longueur BH et HC en fonction de a
 - b) Exprime h en fonction de a
 - c) Trouve alors les valeurs de : $\sin 30^\circ$; $\cos 30^\circ$ et $\tan 30^\circ$
 - d) Trouve alors les valeurs de : $\sin 60^\circ$; $\cos 60^\circ$ et $\tan 60^\circ$
 - e) Complète alors le tableau suivant

Angles remarquables	30°	45°	60°
sinus			
cosinus			
tangente			

APPLICATION DE LA TRIGONOMETRIE

A la fin des activités, je dois être capable d'utiliser une table trigonométrique pour y lire le sinus, le cosinus d'un angle aigu et calculer des mesures d'angles et de longueurs dans un triangle rectangle.

La table trigonométrique

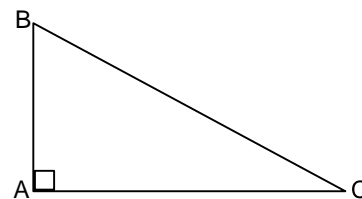
Voici un outil que tu peux acheter à la librairie et qui te donne les valeurs des sinus, cosinus, tangente et cotangente d'un angle aigu.

TABLE TRIGONOMETRIQUE					
Angle	Sinus	Cosinus	Tangente	Cotangente	
0	0,0000	1,0000	0,0000	-	90
1	0,0175	0,9998	0,0175	57,2900	89
2	0,0349	0,9994	0,0349	28,6363	88
3	0,0523	0,9986	0,0524	19,0811	87
4	0,0698	0,9976	0,0699	14,3007	86
5	0,0872	0,9962	0,0875	11,4301	85
6	0,1045	0,9945	0,1051	9,5144	84
7	0,1219	0,9925	0,1228	8,1443	83
8	0,1392	0,9903	0,1405	7,1154	82
9	0,1564	0,9877	0,1584	6,3138	81
10	0,1736	0,9848	0,1763	5,6713	80
11	0,1908	0,9816	0,1944	5,1446	79
12	0,2079	0,9781	0,2126	4,7046	78
13	0,2250	0,9744	0,2309	4,3315	77
14	0,2419	0,9703	0,2493	4,0108	76
15	0,2588	0,9659	0,2679	3,7321	75
16	0,2756	0,9613	0,2867	3,4874	74
17	0,2924	0,9563	0,3057	3,2709	73
18	0,3090	0,9511	0,3249	3,0777	72
19	0,3256	0,9455	0,3443	2,9042	71
20	0,3420	0,9397	0,3640	2,7475	70
21	0,3584	0,9336	0,3839	2,6051	69
22	0,3746	0,9272	0,4040	2,4751	68
23	0,3907	0,9205	0,4245	2,3559	67
24	0,4067	0,9135	0,4452	2,2460	66
25	0,4226	0,9063	0,4663	2,1445	65
26	0,4384	0,8988	0,4877	2,0503	64
27	0,4540	0,8910	0,5095	1,9626	63
28	0,4695	0,8829	0,5317	1,8807	62
29	0,4848	0,8746	0,5543	1,8040	61
30	0,5000	0,8660	0,5774	1,7321	60
31	0,5150	0,8572	0,6009	1,6643	59
32	0,5299	0,8480	0,6249	1,6003	58
33	0,5446	0,8387	0,6494	1,5399	57
34	0,5592	0,8290	0,6745	1,4826	56
35	0,5736	0,8192	0,7002	1,4281	55
36	0,5878	0,8090	0,7265	1,3764	54
37	0,6018	0,7986	0,7536	1,3270	53
38	0,6157	0,7880	0,7813	1,2799	52
39	0,6293	0,7771	0,8098	1,2349	51
40	0,6428	0,7660	0,8391	1,1918	50
41	0,6561	0,7547	0,8693	1,1504	49
42	0,6691	0,7431	0,9004	1,1106	48
43	0,6820	0,7314	0,9325	1,0724	47
44	0,6947	0,7193	0,9657	1,0355	46
45	0,7071	0,7071	1,0000	1,0000	45
	Cosinus	Sinus	Cotangente	Tangente	Angle

Je revise

Activité 1

- Trace un triangle ABC rectangle en A
- Déterminer l'expression de $\sin \hat{B}$; $\tan \hat{B}$; $\sin \hat{C}$; $\cos \hat{C}$; $\cos \hat{B}$ et $\tan \hat{C}$
En fonction de AB, AC et BC
- Complète :
 - Pour tout angle aigu $\hat{\alpha}$, on a $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = \dots$
 - $\sin(90^\circ - \hat{B}) = \sin \hat{C} = \cos \dots$; $\cos(90^\circ - B) = \cos \hat{C} = \sin \dots$
- Retiens la définition de la cotangente :



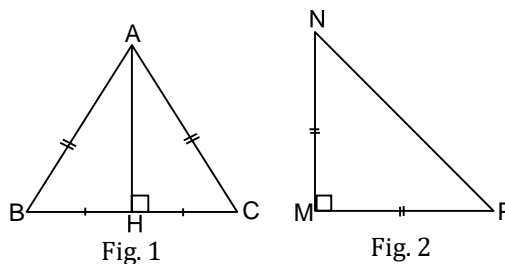
■ Pour un angle aigu , $\cotan \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$

Activité 2

- Les figures 1et 2 représentent un triangle équilatéral ABC de hauteur [AH] et un triangle isocèle rectangle MNP de sommet M.

Utilise ces figures pour retrouver rapidement les sinus et cosinus des angles particuliers et complets le tableau :

Angles (en °)	30	45	60
Sinus			
Cosinus			



Lire un tableau trigonométrique !...

J'observe et je découvre les propriétés de la table

Activité 3

Dans une librairie, tu peux acheter cet outil appelé « table trigonométrique » qui te donne, pour chaque valeur d'angle compris entre 0° et 90° : le sinus, le cosinus, la tangente et la cotangente (voir page précédente).

Voici un petit extrait de cet outil :

	Angle	Sinus	Cosinus	Tangente	Cotangente	
	0	0,0000	1,0000	0,0000	-	90
	1	0,0175	0,9998	0,0175	57,2900	89
$\sin 2^\circ$	2	0,0349	0,9994	0,0349	28,6363	88
$\tan 3^\circ$	3	0,0523	0,9986	0,0524	19,0811	87

	43	0,6820	0,7314	0,9325	1,0724	47
	44	0,6947	0,7193	0,9657	1,0355	46
	45	0,7071	0,7071	1,0000	1,0000	45
		Cosinus	Sinus	Cotangente	Tangente	Angle

✓ La table peut se lire à partir du haut et de la gauche pour les angles de mesure inférieure ou égale à 45° .

✓ Elle se lit à partir du bas et de la droite pour les angles de mesure entre 45 et 90° .

Ainsi : $\sin 2^\circ = 0,0349$; $\cos 3^\circ = 0,9986$ et $\tan 1^\circ = 0,0175$

$\sin 47^\circ = 0,7314$; $\cos 46^\circ = 0,6947$; $\tan 45^\circ = 1$.

- En additionnant les mesures d'angles dans la première et la dernière colonne, quelle somme obtiens-tu ?
Explique pourquoi dans cette table $\sin 44^\circ$ correspond à $\cos 46^\circ$.
- Sur cette table quelle remarque peux-tu faire sur la valeur de $\sin \alpha$ lorsque α augmente ?
- Sur cette table quelle remarque peux-tu faire sur la valeur de $\cos \alpha$ lorsque α augmente ?
- Résume les propriétés de la table trigonométrique :
 - Dans la table trigonométrique, les angles de 0 à 45° sont inscrits dans l'ordre croissant dans la colonne ;
 - Pour chaque angle α de la première colonne, l'angle $90^\circ - \alpha$ est inscrit en face sur la colonne ;
 - Quand on lit les valeurs des sinus, cosinus, tangentes et cotangentes des angles compris entre 0° et 45° , on se réfère aux titres de la ligne ;
 - Pour les angles compris entre 45° et 90° , on se réfère aux titres de la ligne ;
 - Lorsque α augmente, $\sin \alpha$;
 - Lorsque α augmente, $\cos \alpha$;

J'utilise la table trigonométrique

Activité 4 En utilisant la table trigonométrique :

- donne les valeurs de : $\sin 20^\circ$; $\cos 20^\circ$; $\sin 58^\circ$; $\cos 58^\circ$; $\tan 5^\circ$; $\sin 44^\circ$; $\cos 46^\circ$.

2. trouve les mesures des angles aigus α, β, θ tels que $\cos \alpha \approx 0,9336$; $\sin \beta \approx 0,8988$; $\cos \theta \approx 0,9563$
3. On veut trouver α tel que $\sin \alpha = 0,25$. Complète les pointillés dans la phrase ci-dessous : Dans la table trigonométrique on lit
 $\sin \dots^\circ = \dots \dots \leq 0,25 \leq \dots \dots = \sin \dots^\circ$, donc $\dots \leq \alpha \leq \dots$.
4. De même trouve un encadrement de β si $\cos \beta = 0,6$.

Activité 5

1. Vérifie que le triangle ABC définie par : $AB = 8$; $AC = 15$ et $BC = 17$ est rectangle en A.
2. Calcule $\sin \hat{B}$ et $\cos \hat{B}$.
3. Donne un encadrement de la mesure de l'angle \hat{B} par deux entiers consécutifs.

Activité 6

Une échelle de 5 mètres de longueur s'appuie contre une muraille (voir figure ci- contre).

1. Calcule la hauteur de cette muraille.
2. A quelle distance de la muraille se trouve le pied de l'échelle ?

