

# PRODUITS REMARQUABLES

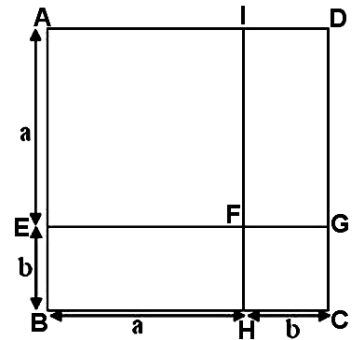
## A. Révision

$$E = 6x^2 + 29x + 35 ; F = 10x^2 - 9x - 40 ; G = 4x^2 + 12x + 9 ; H = 9x^2 - 42x + 49$$

## B. Retrouvons une identité remarquable à partir des aires de figures géométriques !...

### Activité 1

- 1)  $AE = EF = FI = AI = BH = DG = a$
- 2)  $FH = HC = CG = GF = EB = ID = b$
- 3)  $AB = BC = CD = DA = a + b$
- 4) Aire(AEFI) =  $a^2$  ; Aire(EFHB) =  $ab$  ; Aire(FIDG) =  $ab$  ; Aire(FHCG) =  $b^2$
- 5) a. Aire(ABCD) =  $(a + b)^2$   
 b. Aire(ABCD) = Aire(AEFI) + Aire(EFHB) + Aire(FIDG) + Aire(FHCG)  
 $= a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$   
 c.  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$



## C. Encore deux autres produits remarquables !..

### Activité 2 :

- 1)  $(a - b)^2 = [a + (-b)]^2 = a^2 + 2a(-b) + (-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$   
 $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- 2)  $(a + b)(a - b) = a^2 - ab + ba - b^2 = a^2 - ab + ab - b^2 = a^2 - b^2$   
 $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

## D. Calcul rapide d'un carré ou d'un produit par l'utilisation des identités remarquables

### Activité 3 :

- 2)  $81^2 = (80 + 1)^2 = 6400 + 160 + 1 = 6561$  ;  
 $101^2 = (100 + 1)^2 = 10000 + 200 + 1 = 10201$  ;  
 $59^2 = (60 - 1)^2 = 3600 - 120 + 1 = 3481$  ;  
 $19^2 = (20 - 1)^2 = 400 - 40 + 1 = 361$  ;  
 $29 \times 31 = (30 - 1)(30 + 1) = 30^2 - 1^2 = 900 - 1 = 899$
- 3) Calculons de façon rapide :  
 $11^2 = (10 + 1)^2 = 100 + 20 + 1 = 121$  ;  
 $38^2 = (40 - 2)^2 = 1600 - 160 + 4 = 1444$  ;  
 $42^2 = (40 + 2)^2 = 1600 + 160 + 4 = 1764$  ;  
 $69 \times 71 = (70 - 1)(70 + 1) = 70^2 - 1^2 = 4900 - 1 = 4899$  ;  
 $98 \times 102 = (100 - 2)(100 + 2) = 100^2 - 2^2 = 10000 - 4 = 9996$  ;  
 $48^2 - 47^2 = (48 - 47)(48 + 47) = 1 \times 95 = 95$  ;  
 $87^2 - 85^2 = (87 + 85)(87 - 85) = 173 \times 2 = 346$  .

## E. J'utilise des produits remarquables pour factoriser !..

### Activité 4:

2)

### Exemples de factorisations

### Produits remarquables utilisées

$$x^2 - 25 = x^2 - 5^2$$

$$= (x-5)(x+5)$$

$$x^2 + 6x + 9 = x^2 + 2 \cdot 3 \cdot x + 3^2$$

$$= (x+3)^2$$

$$x^2 - 12x + 36 = x^2 - 2 \cdot 6 \cdot x + 6^2$$

$$= (x-6)^2$$

$$\text{car : } a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$\text{car : } a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

$$\text{car : } a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

3) a étant un nombre relatif, factorisons les sommes suivantes :

$$5a^2 - a = a(5a - 1) ; 4a^2 + 18a = 2a(2a + 9) ; a^2 - 49 = (a - 7)(a + 7) ; 16 - 25a^2 = (4 - 5a)(4 + 5a)$$

$$a^2 - \frac{1}{49} = (a - \frac{1}{7})(a + \frac{1}{7}) ; a^2 + 18a + 81 = (a + 9)^2 ; a^2 + 2a + 1 = (a + 1)^2 ; a^2 + 4a + 4 = (a + 2)^2$$

$$9a^2 - 24a + 16 = (3a - 4)^2 ; a^3 - a = a(a^2 - 1) = a(a - 1)(a + 1)$$

### Activité 5

a est un nombre relatif.

1) Etablissons l'égalité  $(10a + 5)^2 = 100[a(a + 1)] + 25$

On a :  $(10a + 5)^2 = 100a^2 + 100a + 25 = 100a(a + 1) + 25 = 100[a(a + 1)] + 25$

1) Utilisons cette égalité pour calculer de manière performante  $35^2$ ,  $65^2$  et  $85^2$ .

Pour  $35^2$ , on a :  $a = 3$  et  $35^2 = 100 \times 3(3 + 1) + 25 = 3 \times 4 \times 100 + 25 = 1225$

Pour  $65^2$ , on a :  $a = 6$  et  $65^2 = 100 \times 6(6 + 1) + 25 = 6 \times 7 \times 100 + 25 = 4225$

Pour  $85^2$ , on a :  $a = 8$  et  $85^2 = 100 \times 8(8 + 1) + 25 = 8 \times 9 \times 100 + 25 = 7225$

### Exercice 1 :

a)  $91^2 = (90 + 1)^2 = 4900 + 180 + 1 = 5081$  ;  $49^2 = (50 - 1)^2 = 2500 - 100 + 1 = 2401$  ;  $59 \times 61 = (60 - 1)(60 + 1) = 3600 - 1 = 3599$  ;  
 $92 \times 88 = (90 + 2)(90 - 2) = 4900 - 4 = 4896$  ;  $51^2 - 49^2 = (50 + 1)(50 - 1) = 2500 - 1 = 2499$

b)  $(5x + 1)^2 = 25x^2 + 10x + 1$  ;  $(4x - 3)^2 = 16x^2 - 24x + 9$  ;  $(6y + 5)(6y - 5) = 36y^2 - 25$

### Exercice 2 :

1. Je transforme chacune des expressions pour qu'elle soit de la forme  $a^2 + 2ab + b^2$  ou  $a^2 - 2ab + b^2$  puis je la factorise :

a)  $A = x^2 + 8x + 16 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 4 + 4^2 = (x + 4)^2$       b)  $B = x^2 - 20x + 100 = x^2 - 2 \cdot x \cdot 10 + 10^2 = (x - 10)^2$

c)  $C = 4x^2 + 12x + 9 = (2x)^2 + 2(2x) \cdot 3 + 3^2 = (2x + 3)^2$       d)  $D = 25y^2 + 60y + 36 = (5y)^2 + 2 \cdot (5y) \cdot 6 + 6^2 = (5y + 6)^2$

2. Je transforme chacune des expressions pour qu'elle soit de la forme  $a^2 - b^2$  puis je la factorise :

a)  $A = t^2 - 25 = t^2 - 5^2 = (t + 5)(t - 5)$       b)  $B = 49z^2 - 1 = (7z)^2 - 1^2 = (7z + 1)(7z - 1)$       c)  $C = x^2 - 49 = x^2 - 7^2 = (x + 7)(x - 7)$

d)  $D = 9a^2 - 36 = (3a)^2 - 6^2 = (3a + 6)(3a - 6)$ .

Exercice 3 :

	L'expression factorisée de	A	B	C
a.	$x^2 - 100$ est	$(x - 10)(x + 10)$	$(x - 50)(x + 50)$	$(x - 10)^2$
b.	$4x^2 - 12x + 9$ est	$(2x + 3)(2x - 3)$	$(2x + 3)^2$	$(2x - 3)^2$
c.	$9x^2 - 16$ est	$(3x - 4)^2$	$(3x + 4)(3x - 4)$	$(3x + 4)^2$
d.	$(x + 1)^2 - 9$ est	$(x - 2)(x + 4)$	$x^2 + 2x - 8$	$(x - 8)(x + 10)$
e.	$25x^2 + 60x + 36$ est	$(25x + 6)^2$	$(5x + 6)^2$	$(-5x + 6)^2$
f.	$(2x + 1)^2 - 1$ est	$(2x + 1)(2x - 1)$	$2x(2x - 2)$	$2x(2x + 2)$