ECRITURE D'UN NOMBRE DECIMAL
A L'AIDE DE PUISSANCE DE 10

A. Révision

Activité 1 :

1) $10^4 \times 10^5 = 10^{4+5} = 10^9$; $(10^5)^3 = 10^{5x3} = 10^{15}$; $\frac{10^9}{10^5} = 10^{9-5} = 10^4$; $\frac{10^4}{10^7} = \frac{1}{10^{7-4}} = \frac{1}{10^3}$

B. Les puissances de 10 à exposants négatifs

Activité 2 :

$\frac{1}{10^7} = 10^{-7}$; $\frac{1}{10^4} = 10^{-4}$; $\frac{1}{10} = 10^{-1}$; $\frac{1}{10000} = \frac{1}{10^4} = 10^{-4}$; $0{,}001 = 10^{-3}$; $0{,}000001 = 10^{-6}$

Activité 3 :

1) $\frac{1}{10} = 0{,}1$; $\frac{1}{10^2} = \frac{1}{100} = 0{,}01$; $\frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000} = 0{,}001$; $\frac{1}{10^4} = \frac{1}{10000} = 0{,}0001$

2) Je complète:

Puissance de 10	10^{-3}	10^{-1}	10^{-5}	10^{-2}	10^{-4}	10^{-7}
Ecriture décimale	0,001	0,1	0,00001	0,01	0,0001	0,0000001
Nombre de chiffres après la virgule	3	1	5	2	4	7

Activité 4 :

a) $10^{-4} \times 10^{-3} = \frac{1}{10^4} \times \frac{1}{10^3} = \frac{1}{10^7} = 10^{-7}$; $10^7 \times \frac{1}{10^4} = 10^{7-4} = 10^3$; $10^{-7} \times 10^4 = \frac{1}{10^7} \times 10^4 = \frac{10^4}{10^7} = \frac{1}{10^3} = 10^{-3}$

Si p et q sont des entiers (positifs ou négatifs), on a toujours : $\mathbf{10^p \times 10^q = 10^{p+q}}$

b) $(10^{-5})^2 = \frac{1}{10^3} \times \frac{1}{10^3} = \frac{1}{10^6}$; $(10^{-4})^{-3} = \frac{1}{(10^{-4})^3} = \frac{1}{(\frac{1}{10^4})^3} = \frac{1}{\frac{1}{10^{12}}} = 10^{12}$

Si p et q sont des entiers (positifs ou négatifs), on a toujours : $\mathbf{(10^p)^q = 10^{pq}}$

c) $\frac{10^3}{10^{-7}} = \frac{10^3}{\frac{1}{10^7}} = 10^3 \times 10^7 = 10^{10}$; $\frac{10^{-4}}{10^2} = \frac{1}{10^4} \times \frac{1}{10^2} = \frac{1}{10^6} = 10^{-6}$; $\frac{10^{-5}}{10^{-7}} = \frac{1}{10^5} \times \frac{1}{\frac{1}{10^7}} = \frac{10^7}{10^5} = 10^2$

Si p et q sont des entiers (positifs ou négatifs), on a toujours : $\frac{10^p}{10^q} = 10^{p-q}$

Activité 5 :

1) Sous forme décimale :
$1000 \times 10000 = 10000000$; $0{,}01 \times 1000 = 10$; $(0{,}001)^2 = 0{,}001 \times 0{,}001 = 0{,}000001$;
$\frac{100}{10000} = \frac{1}{100} = 0{,}01$; $\frac{0{,}01}{1000} = 0{,}00001$; $\frac{1}{0{,}01} = 100$

2) Sous forme de puissance de 10 : $1000 \times 10000 = 10^3 \times 10^4 = 10^7$; $0{,}01 \times 1000 = 10^{-2} \times 10^3 = 10$
$(0{,}001)^2 = (10^{-3})^2 = 10^{-6}$; $\frac{100}{10000} = \frac{10^2}{10^4} = 10^{-2}$; $\frac{0{,}01}{1000} = \frac{10^{-2}}{10^3} = 10^{-5}$; $\frac{1}{0{,}01} = \frac{1}{10^{-2}} = 10^2$

Activité 6 : Justifions les propriétés de l'activité 4

m , n sont des entiers positifs tels que m > n.

a) $10^{-m}\times 10^{-n} = \frac{1}{10^m}\times\frac{1}{10^n} = \frac{1}{10^{m+n}} = 10^{-(m+n)} = 10^{(-m)+(-n)}$; $10^m\times 10^{-n} = 10^m\times\frac{1}{10^n} = 10^{m-n} = 10^{m+(-n)}$.

b) $(10^{-m})^n = (\frac{1}{10^m})^n = \frac{1}{10^{mn}} = 10^{-(mn)} = 10^{-(nm)} = 10^{(-n)\times m} = (10^{-n})^m$;

$(10^{-m})^{-n} = (\frac{1}{10^m})^{-n} = \frac{1}{(\frac{1}{10^m})^n} = 10^{mn} = 10^{(-m)\times(-n)}$;

c) $\frac{10^m}{10^{-n}} = \frac{10^m}{\frac{1}{10^n}} = 10^m\times 10^n = 10^{m+n} = 10^{m+(-(-n))}$;

$\frac{10^{-m}}{10^n} = \frac{1}{10^m}\times\frac{1}{10^n} = \frac{1}{10^{m+n}} = 10^{-(m+n)} = 10^{-m-n}$;

$\frac{10^{-m}}{10^{-n}} = \frac{1}{10^m}\times\frac{1}{10^{-n}} = \frac{1}{10^{m-n}} = 10^{-(m-n)} = 10^{-m-(-n)}$

d) Les formules vues dans les puissances à exposants positifs sont valables pour les puissances à exposants négatifs

Je recopie et je complète :

- 10^{-n} ($n\in\mathbb{N}$) est l'inverse de 10^n soit $10^{-n} = \mathbf{\frac{1}{10^n}}$
- Pour $n\in\mathbb{Z}$, $p\in\mathbb{Z}$ $10^n\times 10^p = \mathbf{10^{n+p}}$
- Pour $n\in\mathbb{Z}$, $p\in\mathbb{Z}$ $(10^n)^p = 10^{np}$
- Pour $n\in\mathbb{Z}$, $p\in\mathbb{Z}$ $\frac{10^n}{10^p} = \mathbf{10^{n-p}}$

C. Ecriture d'un nombre décimal sous la forme a x 10p

Activité 7 :

1) 12,237 = 1223,7 x 0,01 ; 12,237 = 1,2237 x 10 ; 12,237 = 12237 x 0,001
2) En utilisant les puissances de 10 : 12,237 = 1223,7 x 10^{-2} ; 12,237 = 1,2237 x 10 ; 12,237 = 12237 x10^{-3}
3) 34,5 = 345x10^{-1} ; 2,08 = 208x10^{-2} ; 0,0032= 32x10^{-4}
4) 300 x 101000 = 30300000 =303x10^5
   300 x 101000 = (3x10^2)x (101x10^3) =(3x101)10^{2+3} = 303x10^5
5) Je recopie et je complète :

Soit deux nombres décimaux écrits sous la forme : $\mathbf{a.10^p}$ et $\mathbf{b.10^q}$.
$\mathbf{a.10^p}$x$\mathbf{b.10^q}$ = **(a x b).** $\mathbf{10^{p+q}}$

<u>Activité 5</u> :

Ecris alors les nombres ci-dessous sous la forme a.10^p :

0,000 000 037= 37.10^{-9} ; 300 000 = 3.10^5 ; 0,0123 = 123. 10^{-4} ; $\frac{-45}{10000} = -45.10^{-4}$; 20 000 000 = 2.10^7 ; 245 000 = 245.10^3 ; 0,0053= 53.10^{-4} ; 100,4= 1004.10^{-1} ; 0,4 x 0,35= 4.10^{-1}x35.10^{-2}=14.10^{-2} ; (2x10^{-3})^2= 4.10^{-6}

Exercice 1 :

a) 10 x $\mathbf{10^3}$ = 10^4 b) 10^2 x $\mathbf{10^{-2}}$ =1 c) 76 x 10^{-3} = 0,076 d) 250 x10 = 2,5 x 10^3

Exercice 2 :

a) 40 + 5 x 10^2 = 45. 10^2 b)10^3 - 10^2= 9.10^2 c) 12 x 10^{-3} – 0,0004= 116.10^{-4}

Exercice 3 :

Sachant que l'épaisseur d'un billet de 10 000 ariary est de 0,012 cm, calcule la
$0,012$ cm$=12.10^{-3}$cm
500 milliards = 5.10^{11}
La hauteur de la pile de billets de 10 000 ariary correspondants à 500 milliards ariary est :
$5.10^{11} \times 12.10^{-3}$ cm = 6.10^{9}cm = 6.10^{7}m = 6.10^{4} km = 60 000km

Exercice 4 :
Un livre compte 150 feuilles d'épaisseur 0,1mm. Les couvertures sont en papier cartonné de 0,03cm.
On empile 200 livres. Quelle est la hauteur de ce lot ?
L'épaisseur d'un livre est : (150x0,1mm)+(0,03cmx2) = 15mm+0,6mm= 156.10^{-1}mm
La hauteur de ce lot est : 200×156.10^{-1}mm =3120 mm=3,12 m