

Plus Petit Commun Multiple (PPCM) de deux nombres entiers

A la fin des activités, je dois être capable de trouver le PPCM de deux nombres entiers naturels.

Je révise

Activité 0 :

1. Trouve trois multiples du nombre 15.

Dans l'égalité $15 \times 4 = 60$, on dit que « 60 est un multiple de 15 ».

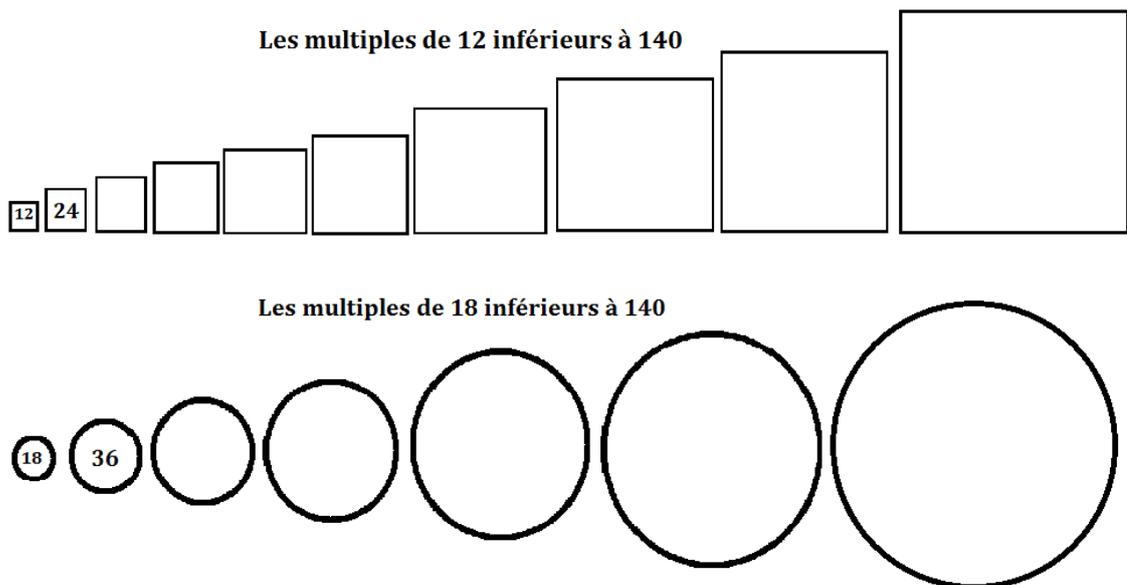
A. PPCM de deux nombres entiers données

J'observe et je découvre

Activité 1 :

Considérons les nombres 12 et 18.

1. Recopie et complète :



2. Colorie avec un crayon de couleur de même couleur les multiples communs (*iraisana*) de 12 et 18.
3. Prend la valeur la plus petite des multiples communs de 12 et 18 et complète avec ce nombre la phrase suivante :

Le nombre est le **Plus Petit Commun Multiple** de 12 et 18. On note **PPCM (12 ; 18) =.....**

4. Trouvons le PPCM (12 ; 10) en calculant les multiples de 12 et 10 inférieurs à 100 :
Recopie et complète :

a.

| Multiples de 12 inférieurs à 100 | Multiples de 10 inférieurs à 100 |
|----------------------------------|----------------------------------|
| | |

a. Le PPCM (12 ; 10) =

J'énonce la technique pour trouver le PPCM de deux entiers naturels :

Pour trouver le PPCM de deux nombres entiers, il suffit de trouver **le multiple commun le plus petit**.

(« Multiple » kely indrindra iraisana)

Je contrôle ma connaissance

Activité 2 :

Trouve :

1. PPCM (8 ; 12) en calculant les multiples de 8 et 12 inférieurs à 50.
2. PPCM (5 ; 7) en calculant les multiples de 5 et 7 inférieurs à 70.
3. PPCM (16 ; 20) en calculant les multiples de 16 et 20 inférieurs à 100.

B. Technique de calcul du PPCM de deux entiers utilisant la décomposition

Utilisons la décomposition en facteurs premiers pour trouver le PPCM de deux nombres.

Déterminons le PPCM (60 ; 18).

➤ **Première étape** : décomposons en produit de facteurs premiers 60 et 18.

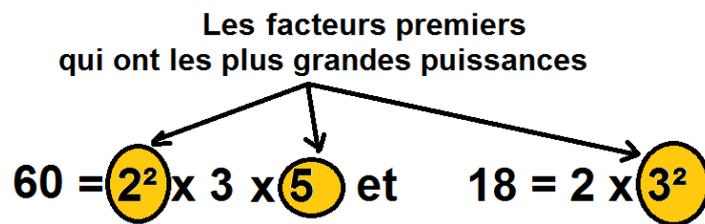
$$\begin{array}{r|l} 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 2^2 \times 3$$

$$\begin{array}{r|l} 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$18 = 2 \times 3 \times 3 = 2 \times 3^2$$

➤ **Deuxième étape** : prendre tous les facteurs premiers (2, 3 et 5) dans les deux décompositions et avec les puissances plus grandes : c'est-à-dire 2^2 , 3^2 et 5.



$$\text{PPCM (60 ; 18)} = 2^2 \times 3^2 \times 5 = 180$$

| Autres exemples | |
|--|--|
| $A = 2^2 \times 3^3 \times 5 \times 7$ $B = 2 \times 3^2 \times 5^2$ | $C = 2 \times 5^2 \times 11^2$ $D = 5^2 \times 11^3$ |
| <ul style="list-style-type: none"> ▪ Les facteurs premiers sont 2, 3, 5 et 7 ▪ Les facteurs premiers ayant les plus grandes puissances sont : 2^2, 3^3, 5^2 et 7 <p>Donc</p> <p style="text-align: center;">$\text{PPCM (A ; B)} = 2^2 \times 3^3 \times 5^2 \times 7$</p> | <ul style="list-style-type: none"> ▪ Les facteurs premiers sont 2, 5 et 11 ▪ Les facteurs premiers qui ont les plus grandes puissances sont : 2, 5^2 et 11^3 <p>Donc</p> <p style="text-align: center;">$\text{PPCM (C ; D)} = 2 \times 5^2 \times 11^3$</p> |

Vérifions par la première méthode que PPCM (60 ; 180)

1. PPCM (60 ; 18) en calculant les multiples de

| Multiples de 60 | Multiples de 18 |
|---|--|
| 60 ; 120 ; 180 ; 240 ; 300 ; ... | 18 ; 36 ; 54 ; 72 ; 90 ; 108 ; 126 ; 144 ; 162 ; 180 ; 198 ; ... |

On voit bien que PPCM (60 ; 18) = 180

Activité 3 :

En utilisant la décomposition en produit de facteurs premiers, trouve :

1. PPCM (8 ; 12)
2. PPCM (16 ; 20)
3. PPCM (99 ; 100)
4. PPCM (72 ; 108)