

OBJECTIF

Effectuer des calculs sur les radicaux.

PRECIS DE COURS**Définition :**

Soit a un nombre positif. La racine carrée de a est le nombre positif dont le carré est a .

La racine carrée de a se note . \sqrt{a}

On a : $a \geq 0, \sqrt{a} \geq 0$ et $(\sqrt{a})^2 = a$

exemples : $\sqrt{25} = 5$ car $25 = 5^2$

$$\sqrt{18} = 9 \text{ car } 81 = 9^2$$

Règles de calculs :**Racine carrée d'un produit :**

Soient a et b deux nombres positifs ; on a $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$
c'est-à-dire le produit de deux racines carrées est égale à la racine carrée du produit pour $a \geq 0$ et $b \geq 0$.

Exemple : $\sqrt{2} \times \sqrt{7} = \sqrt{2 \times 7} = \sqrt{14}$

Racine carrée d'un quotient :

Soient a et b deux nombres positifs avec $b \neq 0$; on a $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\left(\frac{a}{b}\right)}$
c'est-à-dire le quotient de deux racines carrées est égale à la racine carrée du quotient.

Exemple : $\frac{\sqrt{21}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{21}{3}} = \sqrt{7}$

Opérations sur les racines carrées :

Exemple :

Calculer $\sqrt{50} + \sqrt{8}$

Décomposer d'abord les nombres dans les radicaux, pour faire sortir le produit d'un carré parfait.

$$50 = 5 \times 5 \times 2$$

$$8 = 2 \times 2 \times 2$$

Ensuite, décomposer la racine carrée de chacun des produits et appliquer la définition d'une racine carrée pour avoir l'écriture simplifiée sous la forme $a\sqrt{b}$ où a est un entier relatif et b est un entier positif le plus petit possible.

$$\sqrt{50} = \sqrt{2 \times 5 \times 5} = \sqrt{2 \times 5^2} = \sqrt{2} \times \sqrt{5^2} = 5\sqrt{2}$$

$$\text{et } \sqrt{8} = \sqrt{2 \times 2 \times 2} = \sqrt{2^2 \times 2} = \sqrt{2^2} \times \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

Puis, faire la factorisation par le facteur commun et enfin donner l'écriture demandé dans l'énoncé.

$$\sqrt{50} + \sqrt{8} = 5\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = (5 + 2)\sqrt{2} = 7\sqrt{2}$$

Encadrement :

Exemple :

Encadrer $4\sqrt{2}$ à 10-2 près

Partir toujours de l'encadrement d'une racine carrée

$$1,41 < \sqrt{2} < 1,42$$

Puis, opérer sur les bornes du cadre de la même façon que le nombre à encadrer

$$1,41 + 4 < \sqrt{2} + 4 < 1,42 + 4$$

$$5,41 < \sqrt{2} + 4 < 5,42$$

ACTIVITE 1

Simplifier les écritures suivantes :

a) $2\sqrt{3} + 7\sqrt{3} + \sqrt{5} - 4\sqrt{5}$

b) $\sqrt{180} - 3\sqrt{5} + 7\sqrt{125}$

ACTIVITE 2

On donne : $1,41 < \sqrt{2} < 1,42$ et $2,64 < \sqrt{7} < 2,65$. Encadrer par deux nombres décimaux d'ordre deux les nombres suivants :

a) $9 - \sqrt{2}$

b) $\sqrt{7} - \frac{\sqrt{2}}{3}$