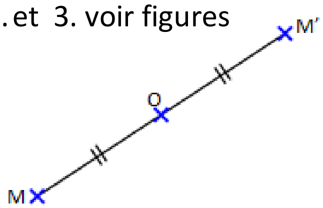
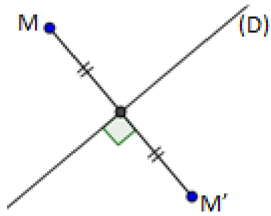
NOTION D'APPLICATION DU PLAN

A. Révision

1.
   a. O est un point fixe et M un point quelconque du plan, nous disons que M' est le symétrique de M par rapport à O si O est **milieu** de [MM'].
   b. (D) est une droite du plan et M un point quelconque du plan, nous disons que M' est le symétrique de M par rapport à (D) si (D) est **médiatrice** de [MM']

2. et 3. voir figures

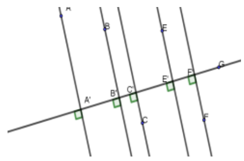




B. Notion d'application du plan

Activité 1 : *Projection orthogonale*

1) Voir figure ci-contre



2) Oui, le point M'de (D) est le point d'intersection de la droite (Δ) perpendiculaire à (D) et passant par M avec la droite (D). M' existe car (D) et (Δ) sont sécantes.
3) Pour chacun des points B, C, E, F, G, le point d'intersection de (D) avec la perpendiculaire à (D) passant par le point existe, donc B', C', E', F', G' existent toujours.
4) Pour un point donné M, il y a une droite et une seule perpendiculaire à (D) et passant par M.
5) Pour chaque point M du plan, il y a un point M' et un seul associé à M.
6)

Point	A	B	C	E	F	G
Image du point par $P_{(D)}$	A'	B'	C'	E'	F'	G

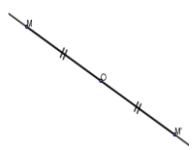
Ce tableau est appelé « ***tableau de correspondance*** »de l'application**.**
Ce tableau peut aussi être présenté comme suit :

$P_{(D)}$	A	B	C	E	F	G
	A'	B'	C'	E'	F'	G

C. Symétries centrale et orthogonale

Activité 2 : ***Symétrie centrale***

1. voir figure
2. « M' est le symétrique de M par rapport à O si **O est le milieu de [MM']** »
3. voir figure
4. Oui, M' existe toujours quel que soit le point M car la droite passant par M et O existe et est unique et on peut toujours placer le point M' tel que O soit milieu du segment [MM'].



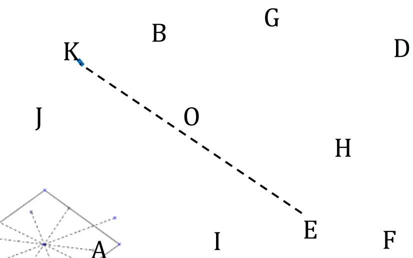
5. Le point M’ est unique pour un point M donné car la droite passant par M et O est unique et O unique.
6. La correspondance qui « à chaque point M du plan associe son symétrique M’ par rapport à O » est une application car M’ existe toujours et il est unique.
   Cette correspondance est appelé « **symétrie centrale** » de centre O.
7. Une « ***symétrie centrale de centre O »*** est une **application** qui à un point M du plan associe le point M’ **symétrique** du point M par **rapport** à O. Elle est notée S_O.
   On a donc : $S_O : M \rightarrow S_O(M) = M'$ tel que O est le milieu de [MM’]

Activité 3

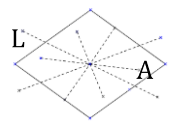
1. voir figure

2.

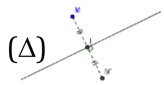
S_O	O	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
	O	G	I	F	L	K	C	A	J	B	H	E	D



Activité 4 : ***Symétrie axiale***



1. voir figure.
2. « M’ est le symétrique de M par rapport à (Δ) si (Δ) est médiatrice de [MM’]»
3. voir figure
4. Le point M’ existe toujours quel que soit le point M car la perpendiculaire à (Δ) passant par M et son intersection I avec (Δ) existent et on peut toujours placer le point M’ tel que MI = IM’
5. De plus, le point M’ est unique car la droite perpendiculaire à (Δ) passant par M est unique, donc I est unique et M’ l’est aussi. .
6. La correspondance qui « à chaque point M du plan associe son symétrique M’ par rapport à (Δ) » est une application car pour tout point M, M’ existe et est unique.



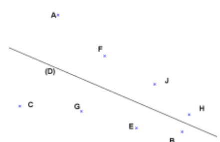
7. Une « ***symétrie axiale d’axe (Δ) »*** est une **application** qui à un point M du plan associe le point M’ **symétrique** du point M par **rapport** à (Δ). Elle est notée $S_{(\Delta)}$.
   On a donc : $S_{(\Delta)} : M \rightarrow S_{(\Delta)}(M) = M'$ tel que(Δ)est la médiatrice de [MM’]

Activité 5

1. voir figure

2. Je dresse le tableau de correspondance de $S_{(D)}$.

$S_{(D)}$	A	B	C	E	F	G	H	I	J
	C	H	A	J	G	F	B	I	E



D. Points homologues et points invariants par une application

Activité 6

f est une application affine du plan, les points A, B, C, ….. ont pour images respectives A’, B’, C’, …..

1. Par l’application affine f. les points A, B, C, …. correspondent aux points A’, B’, C’, ….
2.

f	A	B	C	…	…	…	…
	A’	B’	C’	…	…	…	…

« Un point/une figure et son image » sont dits « des points/des figures homologues »

Activité 7 : ***Points homologues***

1. « O est milieu de [MM’] » équivaut à « O est **milieu** de [M’M] »
   En utilisant la symétrie centrale de centre O, je conclus que **« S_O(M) = M’ » équivaut à « S_O(M’) = M »**
   Synthèse :
   Dans une symétrie centrale, les points du plan sont associés deux à deux, de façon réciproque :
   « Si M’ est l’image de M par S_O, alors M est l’image de M’ par S_O »
2. « (Δ) est médiatrice de [MM’] » équivaut à « (Δ) est **médiatrice** de [M’M] »
   En utilisant la symétrie axiale d’axe (Δ), je conclus que **« $S_{(\Delta)}$(M) = M’ » équivaut à « $S_{(\Delta)}$(M’) = M »**
   Synthèse :
   Dans une symétrie axiale, les points du plan sont associés deux à deux, de façon réciproque :
   « Si M’ est l’image de M par $S_{(\Delta)}$, alors M est l’image de M’ par $S_{(\Delta)}$ »

Activité 8 : ***Points invariants***

1. « Le symétrique du point O par rapport à O est le point **O lui-même** »

Je conclus que : **«Si S_O est la symétrie centrale de centre O, alors S_O(O) = O »**

2. « Si M est un point de (Δ) le symétrique de M par rapport à (Δ) est le point **M est le point M lui-même** »

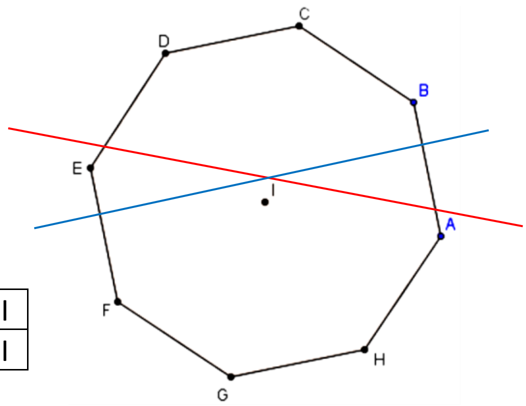
Je conclus que : **« Si M est un point de la droite** (Δ), alors **$S_{(\Delta)}$(M) = M »**

Je retiens que :

- *Si **un point M a pour image** par une application f, **le point M lui-même**, on dit que « **M est un point invariant par f** »*
- *Dans une symétrie centrale de centre O, **le centre O est un point invariant***
- *Dans une symétrie axiale d’axe (Δ), **tout point de (Δ) est un point invariant.***

Activité 9

La figure ci-contre représente un octogone régulier de centre I.



1. Les points homologues par la symétrie centrale de centre I sont {A ; E}, {B ; F}, {C ; G}, {D ; H}, {I ; I}.
   Le tableau de correspondance de S_I est :

S_I	A	B	C	D	E	F	G	H	I
	E	F	G	H	A	B	C	D	I

2. Les points homologues par la symétrie axiale d’axe (AE) sont {I ; I}, {A ; A}, {B ; H}, {C ; G}, {D ; F}, {E ; E}, et les points invariants dans la symétrie d’axe (AE) sont A, E et I.
   Le tableau de correspondance est alors :

$S_{(AE)}$	A	B	C	D	E	F	G	H	I
	A	H	G	F	E	D	C	B	I

3. Appelons (Δ) la médiatrice de [AB] alors on a : $S_{(\Delta)}(A) = B$ et $S_{(\Delta)}(B) = A$.
   Le tableau de correspondance est alors :

$S_{(\Delta)}$	A	B	C	D	E	F	G	H	I
	B	A	H	G	F	E	D	C	I